

บทที่ 7

การทดสอบสมมติฐาน

การทดสอบสมมติฐานเป็นการหาข้อสรุปเกี่ยวกับพารามิเตอร์ของประชากรโดยอาศัยข้อมูลที่ได้จากตัวอย่างในการตรวจสอบข้อสมมติที่ผู้วิจัยคาดเดาไว้ เพื่อนำผลที่ได้จากการทดสอบสมมติฐานไปประกอบการตัดสินใจ เช่น เจ้าของบริษัทผลิตหลอดยาสีฟันต้องการทราบถึงความนิยมในการใช้หลอดยาสีฟันอาจจะตั้งสมมติฐานว่า ความนิยมหลอดดอกลูมิเนียมกับหลอดลานีเนตไม่แตกต่างกัน หรือนักสังคมศาสตร์อยากทราบว่าผู้ชายกับผู้หญิงมีความสนใจเกี่ยวกับการเมืองแตกต่างกันหรือไม่ อาจตั้งสมมติฐานว่าเพศมีผลต่อวัฒนธรรมทางการเมือง เมื่อได้กำหนดสมมติฐานแล้วก็วางแผนการเก็บรวบรวมข้อมูล เพื่อทดสอบสมมติฐานที่ตั้งขึ้นจนได้ข้อสรุปเพื่อนำไปใช้ประกอบการตัดสินใจต่อไป

7.1 สมมติฐานเชิงสถิติ

สมมติฐานเชิงสถิติ (statistical hypothesis) เป็นข้อสมมติหรือเป็นข้อความเกี่ยวกับพารามิเตอร์ในประชากรที่สนใจซึ่งอาจเป็นจริงหรือเป็นเท็จก็ได้ ค่าพารามิเตอร์ที่สนใจทดสอบ ได้แก่ ค่าเฉลี่ย (μ) ค่าสัดส่วน (P) และความแปรปรวน (σ^2) ตัวอย่างของการตั้งสมมติฐานเชิงสถิติ เช่น ค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบของ นักศึกษาที่เรียนรายวิชาสถิติวิเคราะห์เป็น 55 เขียนในรูปสัญลักษณ์ ได้เป็น $\mu = 55$ หรือสัดส่วนของผู้มีสิทธิ์ออกเสียงเลือกตั้งในจังหวัดนครศรีธรรมราชเป็น 0.7 เขียนในรูปสัญลักษณ์ได้เป็น $P = 0.7$ หรือความแปรปรวนของปริมาณเนื้อสับปะรดในกระป๋องจากโรงงานผลิตสับปะรดกระป๋องในจังหวัดประจวบคีรีขันธ์เป็น 0.20 กรัม เขียนในรูปสัญลักษณ์ได้เป็น $\sigma^2 = 0.20$

บทนิยามที่ 7.1 สมมติฐานเป็นข้อความเกี่ยวกับพารามิเตอร์ของประชากร

บทนิยามที่ 7.2 สมมติฐานสองสมมติฐานในปัญหาการทดสอบสมมติฐานถูกเรียกว่าสมมติฐานว่าง (null hypothesis : H_0) และสมมติฐานแย้ง (alternative hypothesis : H_1)

สมมติฐานที่เป็นข้อความเกี่ยวกับสภาพทั่วไปของประชากรเรียกว่าสมมติฐานว่าง (null hypothesis) ใช้สัญลักษณ์ H_0 เป็นสมมติฐานที่กำหนดขึ้นเพื่อจะปฏิเสธซึ่งจะนำไปสู่การยอมรับสมมติฐานทางเลือก (alternative hypothesis) ซึ่งใช้สัญลักษณ์ H_1 ในการตั้งสมมติฐานทางสถิติ

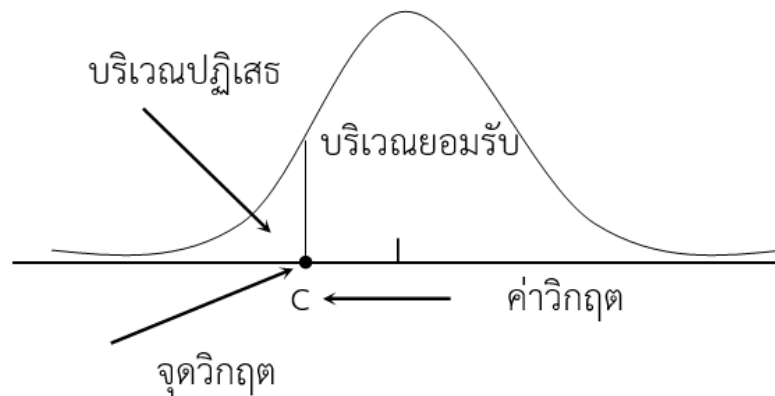
จะต้องตั้งเป็นสมมติฐานคู่เสมอ นั่นคือ ถ้ากำหนดให้ θ เป็นพารามิเตอร์ใด ๆ θ_0 เป็นค่าคงที่แล้ว อาจจะตั้งสมมติฐานว่างได้เป็น $H_0 : \theta = \theta_0$ ส่วนสมมติฐานทางเลือกอาจจะเป็น $H_1 : \theta < \theta_0$ หรือ $\theta > \theta_0$ หรือ $\theta \neq \theta_0$ เช่น ร้านอาหารร้านหนึ่งในจังหวัดนครศรีธรรมราช คาดหวังว่ายอดขายเฉลี่ยรายวันควรจะเป็น 15,000 บาท ก็ตั้งสมมติฐานว่างและสมมติฐานทางเลือกได้ดังนี้

$$H_0 : \mu = 15,000 \quad \text{หรือ} \quad H_0 : \mu = 15,000 \quad \text{หรือ} \quad H_0 : \mu = 15,000$$

$$H_1 : \mu \neq 15,000 \quad \quad \quad H_1 : \mu < 15,000 \quad \quad \quad H_1 : \mu > 15,000$$

7.2 การกำหนดขอบเขตที่จะปฏิเสธสมมติฐาน

การที่จะตัดสินใจปฏิเสธหรือยอมรับสมมติฐานขึ้นอยู่กับข้อมูลที่ได้จากการชักตัวอย่างจากประชากร ข้อมูลจะถูกนำมาคำนวณเป็นตัวสถิติตัวใดตัวหนึ่ง ($\hat{\theta}$) ตัวสถิติดังกล่าวอาจได้แก่ $\bar{X}$, $\hat{P}$, S^2 แล้วนำตัวสถิติที่คำนวณได้เปรียบเทียบกับค่าวิกฤต (critical value) ซึ่งค่าวิกฤตนี้จะเป็นตัวแบ่งพื้นที่ใต้โค้งของการแจกแจงของตัวสถิติออกเป็น 2 บริเวณ (region) คือบริเวณปฏิเสธสมมติฐาน (rejection region) หรือบริเวณวิกฤต (critical region) และบริเวณยอมรับสมมติฐาน (acceptance region) ดังภาพที่ 7.1



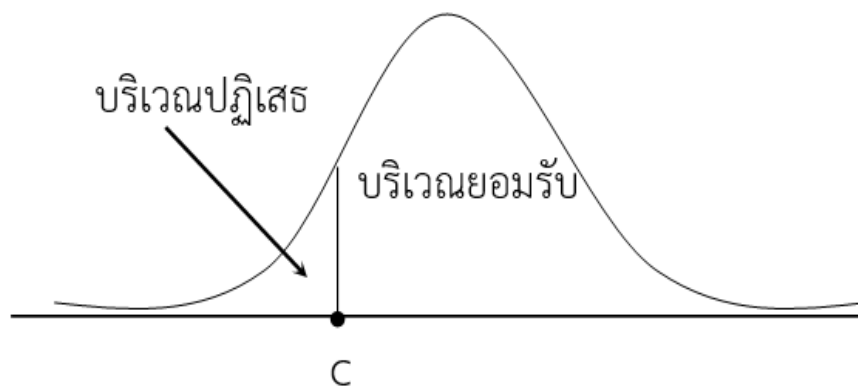
ภาพที่ 7.1 บริเวณปฏิเสธและบริเวณยอมรับสมมติฐาน

การปฏิเสธหรือยอมรับสมมติฐานขึ้นอยู่กับค่าสถิติที่คำนวณได้ตกอยู่ในบริเวณใด ถ้าค่าสถิติตกอยู่ในบริเวณปฏิเสธก็จะปฏิเสธสมมติฐานว่างและยอมรับสมมติฐานทางเลือก แต่ถ้าค่าสถิติตกอยู่ในบริเวณยอมรับก็จะยอมรับสมมติฐานว่างและปฏิเสธสมมติฐานทางเลือก นอกจากนี้แล้ว ทุกครั้งที่มีการทดสอบสมมติฐาน เมื่อนำค่าสถิติที่คำนวณได้เปรียบเทียบกับค่าวิกฤตไม่ว่าจะต้องปฏิเสธหรือ

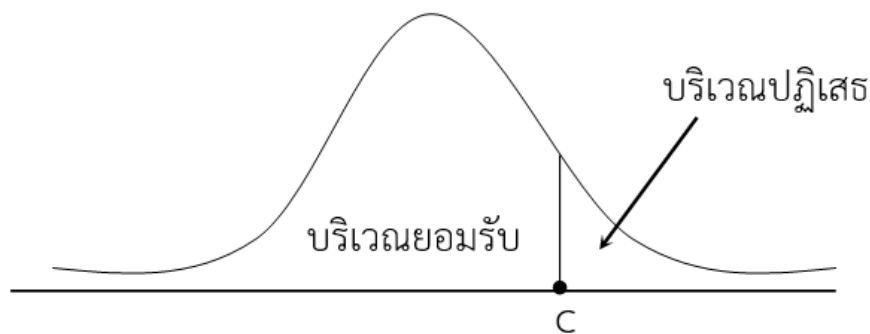
ยอมรับ จะต้องปฏิเสธหรือยอมรับสมมติฐานว่างเป็นอันดับแรกเสมอ การทดสอบสมมติฐานทางสถิติที่ถูกกำหนดขึ้นมาเพื่อจะนำไปสู่การทดสอบจะมีอยู่ 2 ประเภท คือ การทดสอบด้านเดียวและการทดสอบสองด้าน

7.3 การทดสอบด้านเดียว

การทดสอบด้านเดียว (one-sided test) เป็นการทดสอบสมมติฐานที่มีสมมติฐานทางเลือกเพียงด้านเดียว คือ $H_1 : \theta < \theta_0$ หรือ $H_1 : \theta > \theta_0$ หรือกล่าวได้ว่าการทดสอบด้านเดียวเป็นการทดสอบสมมติฐานที่มีบริเวณปฏิเสธอยู่ด้านเดียวของไค้การแจกแจงของตัวสถิติ โดยที่บริเวณปฏิเสธสำหรับสมมติฐาน $H_1 : \theta < \theta_0$ จะตกอยู่ทางด้านซ้ายของไค้ ในขณะที่ยอมรับสมมติฐาน $H_1 : \theta > \theta_0$ จะตกอยู่ทางด้านขวาของไค้ ดังภาพที่ 6.2 และภาพที่ 6.3



ภาพที่ 7.2 บริเวณปฏิเสธสำหรับสมมติฐานทางเลือก $H_1 : \theta < \theta_0$



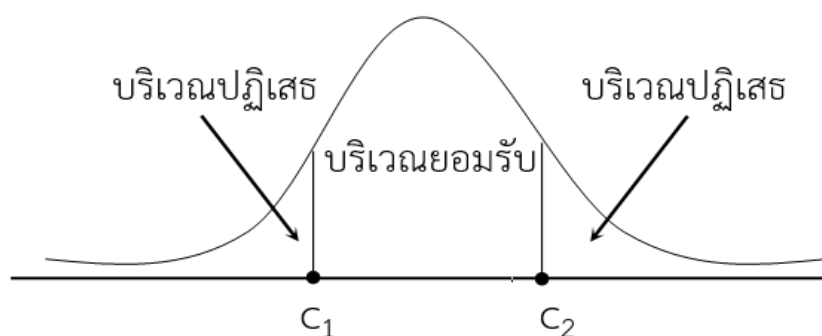
ภาพที่ 7.3 บริเวณปฏิเสธสำหรับสมมติฐานทางเลือก $H_1 : \theta > \theta_0$

บทนิยามที่ 7.3 การทดสอบด้านเดียว หมายถึงการทดสอบสมมติฐานที่มีบริเวณปฏิเสธสมมติฐานอยู่ด้านเดียวของการแจกแจงของตัวสถิติสำหรับการทดสอบ การทดสอบที่มีสมมติฐานทางเลือกเป็น $\theta < \theta_0$ จะมีบริเวณปฏิเสธทางซ้าย ส่วนการทดสอบที่มีสมมติฐานทางเลือกเป็น $\theta > \theta_0$ จะมีบริเวณปฏิเสธทางขวาของการแจกแจงของตัวสถิติสำหรับการทดสอบ

บทนิยามที่ 7.4 ค่า c ของการทดสอบสมมติฐานทางสถิติซึ่งเป็นค่าที่แบ่งพื้นที่ใต้โค้งของการแจกแจงของตัวสถิติ ออกเป็นบริเวณปฏิเสธสมมติฐานและบริเวณยอมรับสมมติฐานเรียกว่า ค่าวิกฤต (critical value) ของตัวสถิติสำหรับการทดสอบ

7.4 การทดสอบสองด้าน

การทดสอบสองด้าน (two-sided test) เป็นการทดสอบสมมติฐานที่มีสมมติฐานทางเลือกเป็น $H_1: \theta \neq \theta_0$ จะมีบริเวณปฏิเสธสำหรับสมมติฐานทางเลือก อยู่บริเวณปลายทั้งสองข้างของโค้งการแจกแจงของตัวสถิติ เมื่อ C_1 และ C_2 คือค่าวิกฤต นั่นคือ บริเวณปฏิเสธสมมติฐานจะเป็นบริเวณที่ $\theta < \theta_0$ หรือ $\theta > \theta_0$ ดังภาพที่ 7.4



ภาพที่ 7.4 บริเวณปฏิเสธสำหรับสมมติฐานทางเลือก $H_1: \theta \neq \theta_0$

บทนิยามที่ 7.5 การทดสอบสองด้าน หมายถึงการทดสอบที่มีบริเวณปฏิเสธสมมติฐานอยู่ทั้งสองข้างของการแจกแจงของตัวสถิติสำหรับการทดสอบ การทดสอบสองด้านใช้ทดสอบเมื่อมีสมมติฐานทางเลือกเป็น $\theta \neq \theta_0$

7.5 ข้อผิดพลาดในการทดสอบสมมติฐาน

การตัดสินใจของผู้ทำการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับเรื่องใดก็ตาม หลังจากได้ทำการทดสอบสมมติฐานแล้วตัดสินใจ มีความต้องการอย่างยั้งที่จะทำการตัดสินใจให้ถูกต้องแม่นยำ แต่ในทางปฏิบัติ จะทำให้สิ่งเหล่านั้นถูกต้องร้อยเปอร์เซ็นต์ย่อมเป็นไปได้ยาก แต่จะอย่างไรให้การตัดสินใจเกิดข้อผิดพลาดน้อยที่สุด ข้อผิดพลาดจากการตัดสินใจอาจเกิดขึ้นได้ 2 แบบ เรียกว่าข้อผิดพลาดแบบที่ 1 (type 1 error) และข้อผิดพลาดแบบที่ 2 (type 2 error) (สมจิต วัฒนาชยากุล, 2546; มนตรี สังข์ทอง, 2557; Walpole, 1970) ในที่นี้จะให้ความหมายของข้อผิดพลาดจากการตัดสินใจดังนิยามต่อไปนี้

บทนิยามที่ 7.6 ข้อผิดพลาดแบบที่ 1 เป็นความผิดพลาดที่เกิดขึ้นโดยการปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อสมมติฐานว่างเป็นจริงและความน่าจะเป็นของการเกิดข้อผิดพลาดแบบที่ 1 เขียนแทนด้วย α เรียก α ว่า “ระดับนัยสำคัญ (significance level)” ของการทดสอบ

บทนิยามที่ 7.7 ข้อผิดพลาดแบบที่ 2 เป็นความผิดพลาดที่เกิดขึ้นโดยการยอมรับสมมติฐานว่างเมื่อสมมติฐานว่างไม่จริงแต่สมมติฐานทางเลือกเป็นจริง และความน่าจะเป็นของการเกิดข้อผิดพลาดแบบที่ 2 เขียนแทนด้วย β

ผลจากการทดสอบสมมติฐาน ไม่ว่าจะเป็นการตัดสินใจที่ถูกต้องหรือมีความผิดพลาดเกิดขึ้น แสดงได้ในตารางที่ 7.1

ตารางที่ 7.1 ข้อผิดพลาดจากการตัดสินใจ

การตัดสินใจ	ความจริง	
	จริง	ไม่จริง
ยอมรับ	ตัดสินใจถูกต้อง	ข้อผิดพลาดแบบที่ 2
ปฏิเสธ	ข้อผิดพลาดแบบที่ 1	ตัดสินใจถูกต้อง

ในการพิจารณาว่าประสิทธิภาพการทดสอบสมมติฐานจะดีมากน้อยเพียงไร ดูได้จากค่า α หรือ β ซึ่งการพิจารณาค่า α , β แตกต่างกันกับการพิจารณาขนาดของตัวอย่าง (n) ตรงที่ว่า

ถ้า n เท่าเดิมเพิ่มค่า α จะทำให้ค่า β ลดลง ในทางกลับกัน ถ้า α ลด β จะเพิ่ม แต่ถ้าเพิ่มขนาดตัวอย่างจะทำให้ได้ข้อมูลเพื่อการตัดสินใจเพิ่มมากขึ้น ทั้ง α และ β จะลดลง และเนื่องจากในความเป็นจริงผู้วิเคราะห์ไม่ทราบว่า H_0 หรือ H_1 จะถูกต้อง ดังนั้น ในการคำนวณขนาดตัวอย่างเพื่อการทดสอบสมมติฐานจะต้องกำหนดทั้ง α และ β นอกจากนี้ในการวิจัยเชิงทดลอง (Experimental research) โดยเฉพาะอย่างยิ่งทดลองกับกลุ่มเล็ก ๆ ควรใช้ระดับแอลฟาเป็น 0.01 หรือ 0.001 ส่วนในการวิจัยภาคสนามหรือเชิงสำรวจ (Field studies and surveys) นิยมใช้เป็น 0.05 (Kohout, 1974; Dudewicz, 1988; ศุภชัย นาทะพันธ์, 2547; จุฬาลักษณ์ โคมลตรี, 2555)

7.6 ขั้นตอนการทดสอบสมมติฐาน

การทดสอบสมมติฐานทางสถิติมีขั้นตอนที่สำคัญ ดังนี้

1. กำหนดสมมติฐานว่าง $H_0 : \theta = \theta_0$
2. กำหนดสมมติฐานทางเลือก $H_1 : \theta < \theta_0$ $H_1 : \theta > \theta_0$ หรือ $H_1 : \theta \neq \theta_0$
3. กำหนดระดับนัยสำคัญ α หรือความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธสมมติฐานที่เป็นจริง
4. เลือกตัวสถิติสำหรับการทดสอบซึ่งตัวสถิติที่เลือกใช้ ได้แก่ z , t , f , χ^2 ส่วนจะเลือกตัวสถิติตัวใดนั้นขึ้นอยู่กับสมมติฐานที่จะทำการทดสอบ
5. กำหนดขอบเขตการตัดสินใจ คือ ขอบเขตที่จะปฏิเสธหรือยอมรับสมมติฐานว่าง โดยอาศัยค่าวิกฤตซึ่งสอดคล้องกับตัวสถิติที่เลือกใช้ และเปิดได้จากตารางในภาคผนวก เช่น ถ้าใช้ z เป็นตัวสถิติในการทดสอบจะหาค่าวิกฤตได้จากตาราง z ถ้าใช้ t เป็นตัวสถิติในการทดสอบจะหาค่าวิกฤตได้จากตาราง t ถ้าใช้ f เป็นตัวสถิติในการทดสอบจะหาค่าวิกฤตได้จากตาราง f และถ้าใช้ χ^2 เป็นตัวสถิติในการทดสอบจะหาค่าวิกฤตได้จากตาราง χ^2 อย่างไรก็ตามหากประมวลผลข้อมูลโดยใช้โปรแกรมประยุกต์สามารถตัดสินใจปฏิเสธหรือยอมรับสมมติฐานโดยพิจารณาจากค่า p (p-value)
6. คำนวณค่าสถิติที่เลือกในข้อ 4
7. สรุปผลการทดสอบสมมติฐาน โดยการเปรียบเทียบค่าตัวสถิติที่คำนวณได้กับค่าวิกฤต c ถ้าตัวสถิติที่คำนวณได้ตกอยู่ในบริเวณปฏิเสธก็จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง (H_0) และยอมรับสมมติฐานทางเลือก (H_1) แต่ถ้าตัวสถิติอยู่นอกบริเวณปฏิเสธก็จะยอมรับสมมติฐานว่างและปฏิเสธสมมติฐานทางเลือก

7.7 การใช้ค่าพี (p-value) ในการทดสอบสมมติฐาน

การทดสอบสมมติฐานที่ใช้คอมพิวเตอร์ช่วยในการประมวลผล จะนิยมพิจารณาตัดสินใจยอมรับหรือปฏิเสธสมมติฐานโดยใช้ค่าพี ค่าพีเป็นการวัดความน่าจะเป็นซึ่งเป็นความน่าจะเป็นในกรณีเฉพาะที่ค่าเฉลี่ยตัวอย่างมีค่าน้อยเป็นค่าเฉพาะ เช่น ไม่สูงเท่า หรือต่ำเท่ากับที่เคยเกิดขึ้น

7.8 การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากรเดียว

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากรเดียวเป็นการทดสอบสมมติฐานเพื่อหาข้อสรุปให้กับค่าเฉลี่ยที่สนใจของ 1 ประชากร หรือค่าเฉลี่ยของข้อมูลเพียงชุดเดียว แยกพิจารณาเป็น 3 กรณี ได้แก่ 1) กรณีประชากรมีการแจกแจงปกติและทราบค่าความแปรปรวน 2) กรณีประชากรมีการแจกแจงปกติไม่ทราบค่าความแปรปรวนและขนาดตัวอย่างใหญ่ ($n \geq 30$) และ 3) กรณีประชากรมีการแจกแจงปกติไม่ทราบค่าความแปรปรวนและขนาดตัวอย่างเล็ก ($n < 30$)

7.7.1 กรณีประชากรมีการแจกแจงปกติและทราบค่าความแปรปรวน

การทดสอบสมมติฐานว่าง $H_0: \mu = \mu_0$ ที่มีสมมติฐานทางเลือกเป็น $H_1: \mu < \mu_0$ หรือ $\mu > \mu_0$ หรือ $\mu \neq \mu_0$ เมื่อตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบซึ่งใช้เป็นพื้นฐานในการสร้างขอบเขตการตัดสินใจ คือตัวแปรสุ่ม $\bar{X}$ ที่มีการแจกแจงใกล้เคียงการแจกแจงปกติด้วยค่าเฉลี่ย $\mu_{\bar{X}} = \mu_0$ และความแปรปรวน $\sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$ เมื่อ μ และ σ^2 เป็นค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของประชากรที่พิจารณา

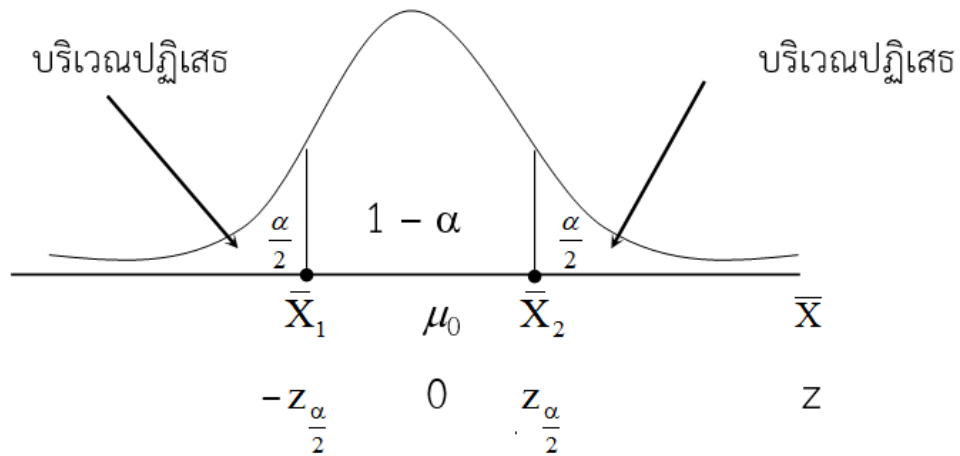
ถ้าเลือกตัวอย่างสุ่มขนาด n ที่ระดับนัยสำคัญ α สามารถหาค่าวิกฤต 2 ค่า คือ $\bar{X}_1$ และ $\bar{X}_2$ ที่ทำให้ช่วง $\bar{X}_1 < \bar{X} < \bar{X}_2$ เป็นบริเวณยอมรับ และสองข้างของโค้งของการแจกแจงของ $\bar{X}$ คือ บริเวณ $\bar{X} < \bar{X}_1$ และ $\bar{X} > \bar{X}_2$ เป็นบริเวณปฏิเสธ สำหรับสมมติฐานทางเลือก $\mu \neq \mu_0$

บริเวณปฏิเสธนั้นสามารถกำหนดในเทอมของ Z ได้โดยหาได้จาก $Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

ดังนั้น ค่าวิกฤตสำหรับตัวแปรสุ่ม Z ที่ระดับนัยสำคัญ α ที่สอดคล้องกับค่า $\bar{X}_1, \bar{X}_2$ คือ

$$-z_{\frac{\alpha}{2}} = \frac{\bar{X}_1 - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \quad \text{และ} \quad z_{\frac{\alpha}{2}} = \frac{\bar{X}_2 - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

ดังภาพที่ 7.5

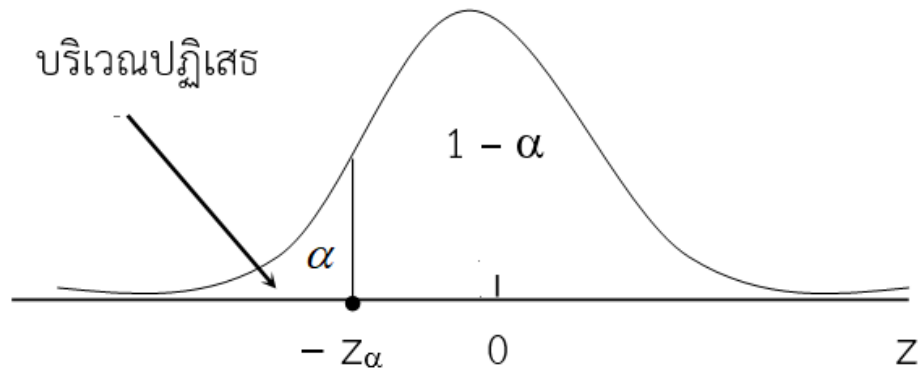


ภาพที่ 7.5 บริเวณปฏิเสธสำหรับสมมติฐานทางเลือก $H_1 : \mu \neq \mu_0$

หากเลือกตัวอย่างขนาด n จากประชากร แล้วคำนวณหาค่าเฉลี่ย $\bar{X}$ ถ้า $\bar{X}$ ตกอยู่ในบริเวณยอมรับ $\bar{X}_1 < \bar{X} < \bar{X}_2$ แล้ว $z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ จะตกอยู่ในช่วง $-z_{\frac{\alpha}{2}} < z < z_{\frac{\alpha}{2}}$ และสรุปว่า $\mu = \mu_0$ สำหรับกรณีอื่น ๆ จะปฏิเสธสมมติฐานว่างและยอมรับสมมติฐานทางเลือก $\mu \neq \mu_0$ และนิยมใช้บริเวณปฏิเสธในเทอมของ z มากกว่า $\bar{X}$

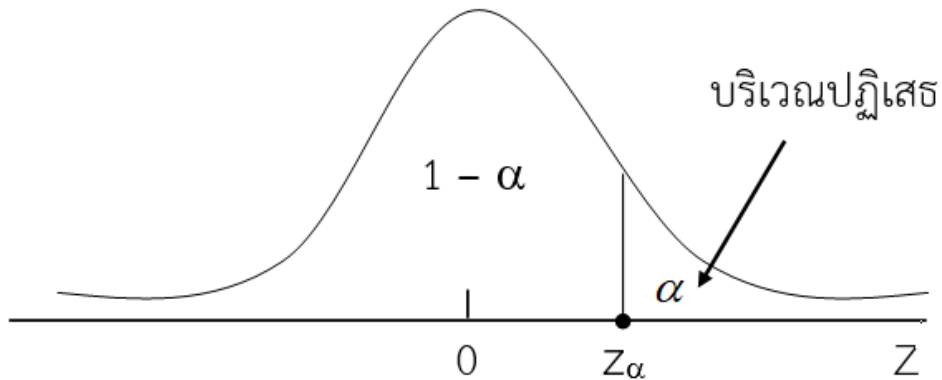
7.7.2 กรณีไม่ทราบความแปรปรวน ตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($n \geq 30$)

การทดสอบสมมติฐานที่ทราบความแปรปรวนของประชากร หรือหากชักตัวอย่างขนาดใหญ่ ($n \geq 30$) และไม่ทราบความแปรปรวน อาจจะใช้ความแปรปรวนของตัวอย่าง (s^2) ประมาณความแปรปรวนของประชากร (σ^2) ดังนั้น ในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากรที่ระดับนัยสำคัญ α มีสมมติฐานทางเลือกเป็น $H_1 : \mu < \mu_0$ จะเป็นการทดสอบด้านเดียวซึ่งมีบริเวณปฏิเสธอยู่ทางด้านซ้ายของค่าเฉลี่ยของ $\bar{X}$ โดยมีบริเวณปฏิเสธประกอบด้วยทุกค่าของ z ที่ $z < -z_\alpha$ ดังภาพที่ 7.6



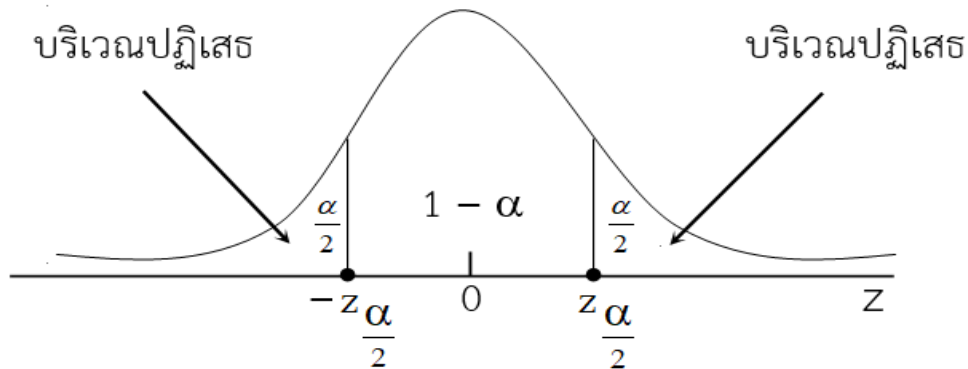
ภาพที่ 7.6 บริเวณปฏิเสธสำหรับสมมติฐานทางเลือก $H_1 : \mu < \mu_0$

สำหรับการทดสอบสมมติฐานที่ระดับนัยสำคัญ α ที่มีสมมติฐานทางเลือกเป็น $\mu > \mu_0$ เป็นการทดสอบด้านเดียวเช่นกัน บริเวณปฏิเสธขนาด α จะอยู่ทางด้านขวาของโค้งการแจกแจงของ $\bar{X}$ โดยมีบริเวณปฏิเสธประกอบด้วยทุกค่าของ Z ที่ $z > z_\alpha$ ดังภาพที่ 7.7



ภาพที่ 7.7 บริเวณปฏิเสธสำหรับสมมติฐานทางเลือก $H_1 : \mu > \mu_0$

ส่วนการทดสอบสมมติฐานที่ระดับนัยสำคัญ α ที่มีสมมติฐานทางเลือกเป็น $\mu \neq \mu_0$ จะเป็นการทดสอบสองด้านที่มีบริเวณปฏิเสธอยู่ 2 ข้างของโค้งการแจกแจงของ $\bar{X}$ โดยมีบริเวณปฏิเสธประกอบด้วยทุกค่าของ Z ที่ $z < -z_{\frac{\alpha}{2}}$ และ $z > z_{\frac{\alpha}{2}}$ ดังภาพที่ 7.8



ภาพที่ 7.8 บริเวณปฏิเสธสำหรับสมมติฐานทางเลือก $H_1 : \mu \neq \mu_0$

ดังนั้น ขั้นตอนในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร กรณีที่ทราบความแปรปรวน หรือชักตัวอย่างขนาดใหญ่จากประชากร สรุปได้ดังนี้

1. ตั้งสมมติฐานว่าง กำหนดสมมติฐานว่าง $H_0 : \mu = \mu_0$
2. กำหนดสมมติฐานทางเลือก $H_1 : \mu < \mu_0$ $\mu > \mu_0$ หรือ $\mu \neq \mu_0$
3. กำหนดระดับนัยสำคัญ α
4. การปฏิเสธสมมติฐานว่างขึ้นอยู่กับสมมติฐานทางเลือก เมื่อ Z เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติมาตรฐาน ดังนี้

4.1 ถ้าสมมติฐานทางเลือกเป็น $H_1 : \mu < \mu_0$ จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อ $z < -z_{\frac{\alpha}{2}}$

4.2 ถ้าสมมติฐานทางเลือกเป็น $H_1 : \mu > \mu_0$ จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อ $z > z_{\frac{\alpha}{2}}$

4.3 ถ้าสมมติฐานทางเลือกเป็น $H_1 : \mu \neq \mu_0$ จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อ $z < -z_{\frac{\alpha}{2}}$

หรือ $z > z_{\frac{\alpha}{2}}$

5. คำนวณค่า $\bar{X}$ จากตัวอย่างสุ่มขนาด n แล้วคำนวณหา

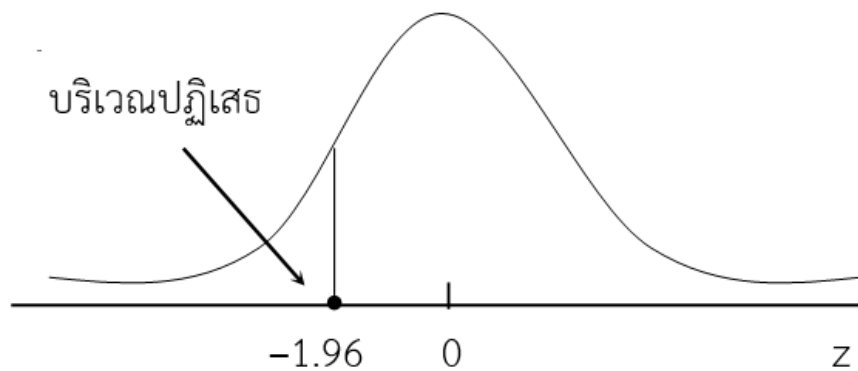
$$z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

6. สรุป จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง ถ้า z ตกอยู่ในบริเวณปฏิเสธ แต่จะยอมรับสมมติฐานว่าง ถ้า z ตกอยู่ในบริเวณอื่น

ตัวอย่างที่ 7.1 มหาวิทยาลัยราชภัฏนครศรีธรรมราช ได้กำหนดเวลาระหว่างเปลี่ยนวิชาเรียนให้กับนักศึกษาวิชาละ 5 นาที แต่เกิดความยุ่งยากต่อกระบวนการเรียนการสอนจึงต้องการลดเวลาเล็กน้อยระหว่างวิชาเรียน โดยสุ่มนักศึกษามา 36 คน สอบถามเกี่ยวกับเวลาที่ใช้เปลี่ยนวิชาเรียน ปรากฏว่าต้องใช้เวลาเปลี่ยนวิชาเรียนเฉลี่ย 4.85 นาที ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.5 นาที ต้องการทดสอบว่าเวลาเปลี่ยนวิชาเรียนเฉลี่ยควรจะลดลงหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.025

วิธีทำ กำหนด $n = 36$ $\mu_0 = 5.0$ $s = 0.5$

1. ตั้งสมมติฐานว่าง $H_0 : \mu = 5.0$
2. กำหนดสมมติฐานทางเลือก $H_1 : \mu < 5.0$
3. กำหนดระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.025$
4. ปฏิเสธสมมติฐานว่าง ถ้า $z < z_{0.025} = -1.96$



ภาพที่ 7.9 บริเวณปฏิเสธสำหรับสมมติฐานทางเลือก $\mu < 5.0$

5. คำนวณค่า z

$$\begin{aligned}
 \text{จาก } z &= \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \\
 &= \frac{4.85 - 5.00}{\frac{0.5}{\sqrt{36}}} \\
 &= -1.80 > z_{0.025} = -1.96
 \end{aligned}$$

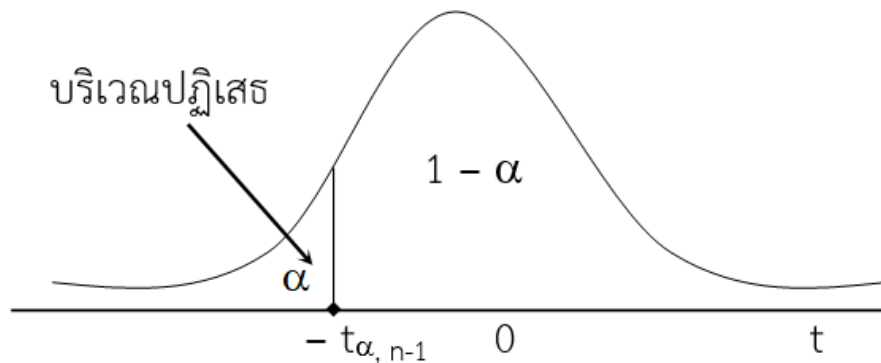
6. สรุป ไม่ปฏิเสธ $H_0 : \mu = 5.0$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.025

นั่นคือ นักศึกษาไม่สามารถใช้เวลาเปลี่ยนวิชาเรียนน้อยกว่า 5 นาที

7.7.3 กรณีไม่ทราบความแปรปรวน ขนาดตัวอย่างเล็ก ($n < 30$)

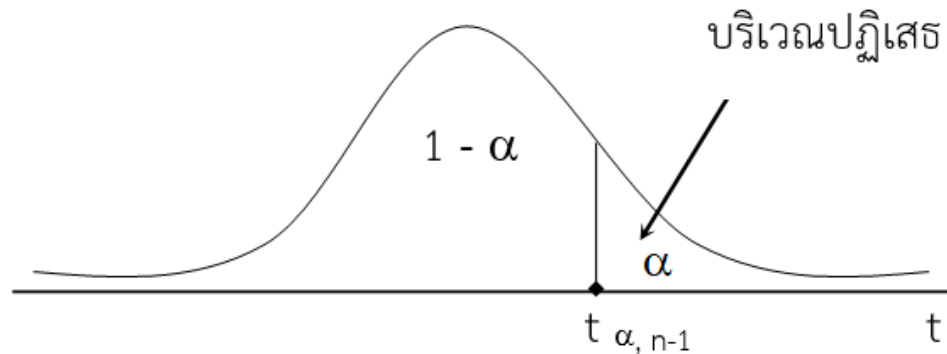
เมื่อชักตัวอย่างขนาดเล็ก ($n < 30$) จากประชากรเพื่อทำการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ย ในกรณีที่ไมทราบความแปรปรวนนั้น ขอบเขตการตัดสินใจจะขึ้นอยู่กับผลการแจกแจง t เมื่อพิจารณาการทดสอบด้านเดียวซึ่งมีสมมติฐานว่างเป็น $H_0: \mu = \mu_0$ และสมมติฐานแย้งเป็น $H_1: \mu < \mu_0$ หรือ $\mu > \mu_0$ หรือ $\mu \neq \mu_0$ หากเลือกตัวอย่างสุ่มขนาด n จากประชากรและคำนวณหา $\bar{X}$ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน s จะได้ว่า $t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$ คือ ค่าของตัวแปรสุ่ม T

ที่มีการแจกแจงแบบ t ที่ระดับชั้นความเสรี $n-1$ เมื่อสมมติฐานว่างเป็นจริง หรือกล่าวได้ว่าการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากรที่ระดับนัยสำคัญ α หากสมมติฐานทางเลือกเป็น $H_1: \mu < \mu_0$ จะเป็นการทดสอบด้านเดียว บริเวณปฏิเสธขนาด α จะอยู่ทางด้านซ้ายของโค้งของการแจกแจงแบบ t ที่ระดับชั้นความเสรี $n-1$ โดยมีบริเวณปฏิเสธสมมติฐานประกอบด้วยทุกค่าของ T ที่ $t < -t_{\alpha, n-1}$ ดังภาพที่ 7.10



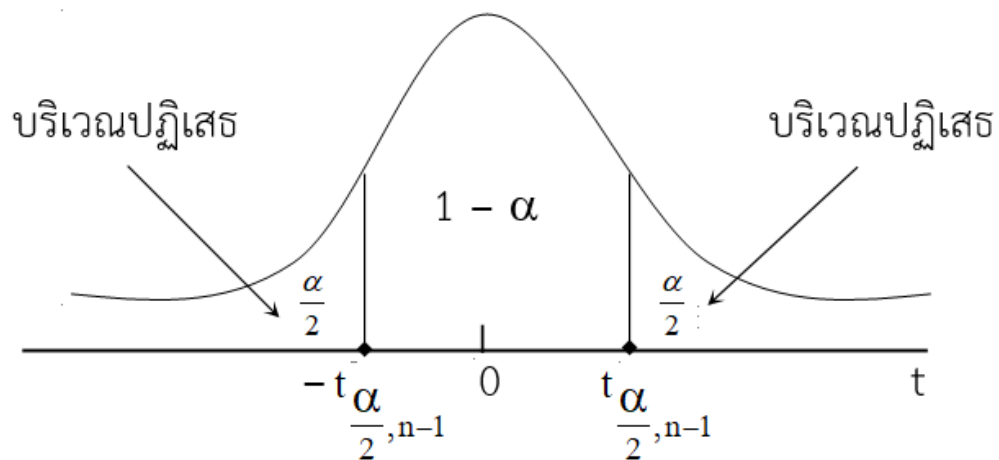
ภาพที่ 7.10 บริเวณปฏิเสธสำหรับสมมติฐานทางเลือก $H_1: \mu < \mu_0$

สำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากรที่ระดับนัยสำคัญ α ที่มีสมมติฐานทางเลือกเป็น $H_1: \mu > \mu_0$ จะเป็นการทดสอบด้านเดียวเช่นกัน แต่บริเวณปฏิเสธขนาด α จะอยู่ทางด้านขวาของโค้งของการแจกแจงแบบ t ที่ระดับชั้นความเสรี $n-1$ โดยมีบริเวณปฏิเสธประกอบด้วยทุกค่าของ T ที่ $t > t_{\alpha, n-1}$ ดังภาพที่ 7.11



ภาพที่ 7.11 บริเวณปฏิเสธสำหรับสมมติฐานทางเลือก $H_1 : \mu > \mu_0$

ส่วนการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยประชากรที่ระดับนัยสำคัญ α จะเป็นการทดสอบสองด้าน ถ้าบริเวณปฏิเสธขนาด α อยู่ทั้งสองด้านของโค้งการแจกแจงแบบ t ที่ระดับชั้นความเสรี $n-1$ โดยมีบริเวณปฏิเสธประกอบด้วยทุกค่าของ T ที่ $t < t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}$ และ $t > t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}$ ดังภาพที่ 7.12



ภาพที่ 7.12 บริเวณปฏิเสธสำหรับสมมติฐานทางเลือก $H_1 : \mu \neq \mu_0$

ตัวอย่างที่ 7.2 เวลาที่นักศึกษา 1 คน ใช้ในการลงทะเบียนแบบเก่าเป็น 50 นาที ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 10 นาที มหาวิทยาลัยได้นำวิธีการลงทะเบียนแบบใหม่มาใช้โดยใช้การลงทะเบียนออนไลน์ แล้วสอบถามนักศึกษา 12 คน ปรากฏว่าเวลาเฉลี่ยที่นักศึกษา 1 คนใช้ในการลงทะเบียนเป็น 45 นาที ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 10 นาที อยากทราบว่า เวลาเฉลี่ยที่ใช้ในการลงทะเบียนใหม่ลดลงหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

วิธีทำ กำหนด $n = 12$ $\mu_0 = 50$ $s = 10$

1. ตั้งสมมติฐานว่าง $H_0 : \mu = 50$
2. กำหนดสมมติฐานทางเลือก $H_1 : \mu < 50$
3. กำหนดระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.01$
4. จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง ถ้า $t < t_{0.01, 11} = -2.718$ (จากตารางสถิติ)
5. คำนวณค่า t

$$\begin{aligned} \text{จาก } t &= \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \\ &= \frac{45 - 50}{\frac{10}{\sqrt{12}}} \\ &= -1.732 > -2.718 \end{aligned}$$

6. สรุป ไม่ปฏิเสธสมมติฐานว่าง $H_0 : \mu = 50$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

นั่นคือ การลงทะเบียนแบบใหม่ไม่สามารถทำให้เวลาในการลงทะเบียนลดลง

7.8 การทดสอบสมมติฐานค่าสัดส่วนประชากรเดียว

ในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนประชากร เป็นการทดสอบเกี่ยวกับพารามิเตอร์ของค่าสัดส่วนประชากร (p) ว่าเท่ากับค่าคงที่ใดตัวหนึ่งที่คาดการณ์ไว้หรือไม่ จะใช้ข้อมูลจากตัวอย่างที่เรียกว่าสัดส่วนตัวอย่าง ($\hat{p}$) เพื่อประมาณสัดส่วนประชากร มีขั้นตอน ดังนี้

ถ้ากำหนดให้ p_0 แทนค่าของพารามิเตอร์ p

การตั้งสมมติฐานแบบทางเดียว

สมมติฐานว่าง $H_0 : p = p_0$

สมมติฐานแย้งเป็น $H_1 : p < p_0$ หรือ $p > p_0$

การตั้งสมมติฐานแบบสองทาง

สมมติฐานว่าง $H_0 : p = p_0$

สมมติฐานแย้งเป็น $H_1 : p \neq p_0$

จากทฤษฎีลิมิตเข้าสู่ส่วนกลาง เมื่อสุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่ จะได้ $\hat{p}$ มีการแจกแจงเข้าสู่การแจกแจงปกติด้วยค่าเฉลี่ย p และความแปรปรวน pq/n เมื่อ $q=1-p$ หรือ $\hat{p} \sim N(p, pq/n)$ ตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบคือ Z ที่มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน $Z \sim N(0, 1)$ โดยที่

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}}$$

ตัวอย่างที่ 7.3 สหกรณ์ออมทรัพย์แห่งหนึ่งเชื่อว่าสมาชิกสหกรณ์ที่มีสถานะเป็นลูกหนี้สูงกว่า 60 % จึงสุ่มตัวอย่างสมาชิกมา 200 คน สอบถามถึงสถานะการเป็นลูกหนี้ของสหกรณ์ พบว่า 150 คน เป็นลูกหนี้ของสหกรณ์แห่งนี้ จึงทดสอบความเชื่อของสหกรณ์ว่าเป็นจริงหรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ กำหนด p แทนสัดส่วนของสมาชิกสหกรณ์ที่มีสถานะเป็นลูกหนี้

1. ตั้งสมมติฐาน

สมมติฐานว่าง $H_0 : p = 0.60$

สมมติฐานแย้งเป็น $H_1 : p > 0.60$

2. กำหนดตัวสถิติทดสอบ

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}}$$

3. คำนวณค่าสถิติทดสอบ

$$\hat{p} = \frac{150}{200} = 0.75 \quad n=200 \quad p_0 = 0.60 \quad q_0 = 1 - p_0 = 1 - 0.60 = 0.40$$

$$\begin{aligned} Z_{\text{คำนวณ}} &= \frac{0.75 - 0.60}{\sqrt{\frac{(0.60)(0.40)}{200}}} \\ &= \frac{0.15}{\sqrt{\frac{0.24}{200}}} \\ &= 4.33 \end{aligned}$$

4. กำหนดระดับนัยสำคัญ (α) = 0.05

5. กำหนดบริเวณวิกฤต

จากตารางในภาคผนวก ที่ $\alpha = 0.05$ จะได้ $z_{0.05} = 1.645$

จะปฏิเสธ H_0 เมื่อค่าสถิติ $Z_{\text{คำนวณ}} > z_{0.05} = 1.645$

6. สรุป เนื่องจาก $Z_{\text{คำนวณ}} = 4.33 > z_{0.05} = 1.645$

ดังนั้น ปฏิเสธ $H_0 : p = 0.60$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

นั่นคือ ความเชื่อของสหกรณ์ว่าเป็นจริง

7.9 การทดสอบสมมติฐานความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากร

ในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของ 2 ประชากรนั้น ต้องการทดสอบว่ามีความแตกต่างระหว่าง μ_1 กับ μ_2 หรือไม่ โดยมีแนวทางการตั้งสมมติฐาน ดังนี้

$$\text{สมมติฐานว่าง} \quad H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$\text{สมมติฐานทางเลือก} \quad H_1 : \mu_1 \neq \mu_2, \quad \mu_1 > \mu_2 \quad \text{หรือ} \quad \mu_1 < \mu_2$$

หรือถ้าต้องการทดสอบว่าความแตกต่างนั้นเท่ากับค่าคงที่ d_0 หรือไม่ ก็จะต้องตั้งสมมติฐาน ดังนี้

$$\text{สมมติฐานว่าง} \quad H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0$$

$$\text{สมมติฐานทางเลือก} \quad H_1 : \mu_1 - \mu_2 < d_0, \quad \mu_1 - \mu_2 > d_0 \quad \text{หรือ} \quad \mu_1 - \mu_2 \neq d_0$$

เมื่อ d_0 คือปริมาณความแตกต่างที่ต้องการทดสอบ

ในแต่ละกรณีต้องการจะทดสอบสมมติฐานว่าความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของ 2 ประชากร คือ $\mu_1 - \mu_2$ เท่ากับค่าคงที่ d_0 ส่วนสมมติฐานทางเลือกอาจจะเป็นสมมติฐานทางเลือกด้านเดียว (one-sided alternative) หรือสมมติฐานทางเลือกสองด้าน (two-sided alternative) กล่าวคือ $\mu_1 - \mu_2 < d_0$ $\mu_1 - \mu_2 > d_0$ หรือ $\mu_1 - \mu_2 \neq d_0$ และเมื่อไรที่ $d_0 = 0$ กล่าวได้ว่าค่าเฉลี่ยของ 2 ประชากรเท่ากัน สำหรับขั้นตอนที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานระหว่างความแตกต่างของค่าเฉลี่ย 2 ประชากรนั้น ขึ้นอยู่กับการแจกแจงของประชากรที่เกี่ยวข้อง ขนาดตัวอย่างที่ถูกเลือกมาอย่างอิสระ และการทราบหรือไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากร (ทวีรัตน์ ศิวดุลย์, 2539; ลดาวัลย์ รามางกูร, 2552; มนตรี สังข์ทอง, 2557) ในที่นี้จะแบ่งพิจารณาเป็น 2 กรณี ได้แก่ กรณีประชากรมีการแจกแจงปกติและทราบค่าความแปรปรวน และกรณีประชากรมีการแจกแจงปกติแต่ไม่ทราบค่าความแปรปรวน

7.9.1 กรณีประชากรมีการแจกแจงปกติและทราบค่าความแปรปรวน

การทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0$ เมื่อทราบค่าความแปรปรวนทั้ง 2 ประชากรเป็น σ_1^2 และ σ_2^2 และสมมติว่าทั้ง 2 ประชากรมีการแจกแจงปกติ การทดสอบสมมติฐานกรณีที่สุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่จากประชากรอาจจะต้องสนใจข้อสมมติเกี่ยวกับการแจกแจงปกติมากนัก ถ้าหากมีความจำเป็นจะใช้ s_1^2 และ s_2^2 ประมาณ σ_1^2 และ σ_2^2 ตามลำดับ และตัวสถิติที่ใช้ในการสร้างขอบเขตการตัดสินใจคือ $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$

ทฤษฎีบทที่ 7.1 ถ้าสุ่มตัวอย่างที่เป็นอิสระกันขนาด n_1 และ n_2 จากประชากรขนาดใหญ่ 2 ประชากรที่มีการแจกแจงปกติด้วยค่าเฉลี่ย μ_1 และ μ_2 ความแปรปรวน σ_1^2 และ σ_2^2 แล้วการแจกแจงการสุ่มตัวอย่างของความแตกต่างของค่าเฉลี่ย $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$ จะเป็นการแจกแจงใกล้เคียงปกติด้วยค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ดังนี้

$$\mu_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \mu_1 - \mu_2 \quad \text{และ} \quad \sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

ดังนั้น $z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$ คือ ค่าของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติมาตรฐาน Z

หากเลือกตัวอย่างสุ่ม 2 ตัวอย่างที่อิสระกันขนาด n_1 และ n_2 จากแต่ละประชากรและคำนวณความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของ 2 ตัวอย่าง $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$ และจากทฤษฎีบทที่ 7.1 จะได้ว่า

$$z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - d_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

จะเป็นค่าของตัวแปรสุ่ม Z เมื่อสมมติฐานว่างเป็นจริง ดังนั้น ในการทดสอบสองด้านที่สมมติฐานทางเลือกเป็น $\mu_1 - \mu_2 = d_0$ ที่ระดับนัยสำคัญ α จะมีบริเวณปฏิเสธเป็น $z < -z_{\frac{\alpha}{2}}$ และ $z > z_{\frac{\alpha}{2}}$ สำหรับกรณีของการทดสอบด้านเดียวที่สมมติฐานทางเลือกเป็น $\mu_1 - \mu_2 < d_0$ บริเวณปฏิเสธขนาด α จะเป็น $z < z_\alpha$ และในทำนองเดียวกันหากสมมติฐานทางเลือกเป็น $\mu_1 - \mu_2 > d_0$ บริเวณปฏิเสธขนาด α จะเป็น $z > z_\alpha$

กล่าวโดยสรุปได้ว่าการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของ 2 ประชากร เมื่อทราบ σ_1^2 และ σ_2^2 มีขั้นตอนดังนี้

1. ตั้งสมมติฐานว่าง $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0$
2. กำหนดสมมติฐานทางเลือก $H_1 : \mu_1 - \mu_2 < d_0$ $\mu_1 - \mu_2 > d_0$ หรือ $\mu_1 - \mu_2 \neq d_0$
3. กำหนดระดับนัยสำคัญ α
4. การปฏิเสธสมมติฐานว่างขึ้นอยู่กับสมมติฐานทางเลือก ดังนี้

4.1 ถ้าสมมติฐานทางเลือกเป็น $\mu_1 - \mu_2 < d_0$ จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อ $z < z_\alpha$

4.2 ถ้าสมมติฐานทางเลือกเป็น $\mu_1 - \mu_2 > d_0$ จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อ $z > z_\alpha$

4.3 ถ้าสมมติฐานทางเลือกเป็น $\mu_1 - \mu_2 \neq d_0$ จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อ $z < -z_{\frac{\alpha}{2}}$

หรือ $z > z_{\frac{\alpha}{2}}$

5. คำนวณค่า $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$ จากตัวอย่างสุ่มที่เป็นอิสระกันขนาด n_1 และ n_2 แล้วคำนวณหาค่า z จาก

$$z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - d_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

6. สรุป จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง ถ้า z ตกอยู่ในบริเวณปฏิเสธ และจะยอมรับสมมติฐานถ้า z ตกอยู่ในบริเวณอื่น

ตัวอย่างที่ 7.4 ต้องการเปรียบเทียบอายุการใช้งานของเครื่องสํารองไฟ 2 บริษัท จากการทดลองเครื่องสํารองไฟ 100 ตัว ที่ผลิตโดยบริษัท A ปรากฏว่าอายุการใช้งานเฉลี่ยเท่ากับ 952 ชั่วโมง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 85 ชั่วโมง สุ่มเครื่องสํารองไฟจากบริษัท B มา 50 ตัว อายุการใช้งานเฉลี่ย 987 ชั่วโมง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 92 ชั่วโมง อยากทราบว่าอายุการใช้งานเฉลี่ยของเครื่องสํารองไฟของบริษัท A และบริษัท B แตกต่างกันหรือไม่ที่ระดับนัยสําคัญ 0.05

วิธีทำ กำหนด $n_A = 100$ $\bar{X}_A = 952$ $s_A = 85$
 $n_B = 50$ $\bar{X}_B = 987$ $s_B = 92$
 $\alpha = 0.05$ $z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0.025} = 1.96$

1. ตั้งสมมติฐานว่าง $H_0 : \mu_A - \mu_B = 0$
2. กำหนดสมมติฐานทางเลือก $H_1 : \mu_A - \mu_B \neq 0$
3. กำหนดระดับนัยสําคัญ $\alpha = 0.05$
4. จะปฏิเสธ $H_0 : \mu_A - \mu_B = 0$ เมื่อ $z < -1.96$ หรือ $z > 1.96$

5. คำนวณค่า $z = \frac{(\bar{X}_A - \bar{X}_B) - (\mu_A - \mu_B)}{\sqrt{\frac{s_A^2}{n_A} + \frac{s_B^2}{n_B}}}$

$$\begin{aligned}
 z &= \frac{(952 - 987) - 0}{\sqrt{\frac{85^2}{100} + \frac{92^2}{50}}} \\
 &= -2.26 \\
 z &= -2.26 < -z_{\frac{\alpha}{2}} = -1.96
 \end{aligned}$$

6. สรุป ปฏิเสธสมมติฐาน $H_0 : \mu_A - \mu_B = 0$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

นั่นคือ อายุการใช้งานของเครื่องสำรองไฟจากโรงงาน A และโรงงาน B มีความแตกต่างกัน

ตัวอย่างที่ 7.5 อาจารย์คณิตศาสตร์ท่านหนึ่งต้องการเปรียบเทียบวิธีการสอน 2 วิธี ใช้กับนักศึกษา 2 กลุ่ม กลุ่มที่ 1 ประกอบด้วยนักศึกษา 64 คน หลังการสอนวิธีที่ 1 แล้วสอบวัดผล ปรากฏว่า นักศึกษากลุ่มนี้สอบได้ คะแนนเฉลี่ย 68.8 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 5.2 คะแนน และใช้วิธีการสอนวิธีที่ 2 กับนักศึกษาอีกกลุ่มหนึ่งซึ่งประกอบด้วยนักศึกษา 80 คน เมื่อสอบวัดผล ปรากฏว่า นักศึกษากลุ่มนี้ได้คะแนนเฉลี่ย 70.5 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 5.6 คะแนน อยากทราบว่า การสอนวิธีที่ 2 นักศึกษาทำคะแนนได้สูงกว่าวิธีที่ 1 หรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ กำหนด $n_1 = 64$ $\bar{X}_1 = 68.8$ $s_1 = 5.2$
 $n_2 = 80$ $\bar{X}_2 = 70.5$ $s_2 = 5.6$
 $\alpha = 0.025$ $z_\alpha = z_{0.025} = 1.96$

1. ตั้งสมมติฐานว่าง $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$
2. กำหนดสมมติฐานทางเลือก $H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$
3. กำหนดระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$
4. จะปฏิเสธ $H_0 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$ เมื่อ $z < -z_{0.025} = -1.96$ หรือ $z > z_{0.025} = 1.96$
5. คำนวณค่าสถิติ

$$z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

$$\begin{aligned}
 z &= \frac{(70.5 - 68.8) - 0}{\sqrt{\frac{5.6^2}{80} + \frac{5.2^2}{64}}} \\
 &= 1.89 \\
 &= 1.89 < z_{0.025} = 1.96
 \end{aligned}$$

6. สรุป ไม่ปฏิเสธสมมติฐานว่าง $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05
 นั่นคือ การสอนวิธีที่ 2 ไม่ทำให้นักศึกษาทำคะแนนได้สูงกว่าวิธีที่ 1

7.9.2 กรณีประชากรมีการแจกแจงปกติแต่ไม่ทราบค่าความแปรปรวน

การทดสอบสมมติฐานกรณีที่ทราบค่าความแปรปรวน σ_1^2 และ σ_2^2 และชักตัวอย่าง
 ขนาดเล็ก พิจารณา 2 กรณี คือ 1) ความแปรปรวนเท่ากัน 2) ความแปรปรวนไม่เท่ากัน

1) ความแปรปรวนเท่ากัน

การทดสอบสมมติฐานกรณีที่ทราบค่าความแปรปรวน σ_1^2 และ σ_2^2 และชักตัวอย่าง
 ขนาดเล็ก ขอบเขตการตัดสินใจขึ้นอยู่กับการแจกแจงแบบ t ภายใต้ข้อกำหนดที่ว่าความแปรปรวน
 เท่ากัน $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ และประชากรมีการแจกแจงใกล้เคียงปกติ

ถ้าเลือกตัวอย่างสุ่มที่เป็นอิสระกัน 2 ตัวอย่างขนาด n_1 และ n_2 จากแต่ละประชากรแล้ว
 หาค่า $\bar{X}_1, \bar{X}_2, s_1^2$ และ s_2^2 โดยที่ความแปรปรวนของประชากรคือ σ^2 จะถูกประมาณด้วย
 ความแปรปรวนร่วม (pooled variance) (ศุภชัย นาทะพันธ์, 2547, หน้า 207) ซึ่งแทนด้วย s_p^2
 เมื่อ

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

ทฤษฎีบทที่ 7.2 ถ้า $\bar{X}_1, \bar{X}_2$ และ s_1^2, s_2^2 เป็นค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของตัวอย่างสุ่ม
 ขนาด n_1 และ n_2 จาก 2 ประชากร ที่มีการแจกแจงปกติด้วยค่าเฉลี่ย μ_1 และ μ_2 และความ
 แปรปรวน σ_1^2 และ σ_2^2 โดยที่ไม่ทราบค่า σ_1^2 และ σ_2^2 แต่ทราบว่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ จะได้ว่า

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \quad \text{คือค่าของตัวแปรสุ่ม T ที่มีการแจกแจงแบบ t ที่ระดับชั้นความเสรี เป็น}$$

$n_1 + n_2 - 2$

จากทฤษฎีบทที่ 7.2 จะได้ว่า เมื่อสมมติฐานว่างเป็นจริง $t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - d_0}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$ คือ ค่าของ

ตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบ t ที่ระดับชั้นความเสรี $n_1 + n_2 - 2$ ดังนั้น ในการทดสอบสองด้านที่ระดับนัยสำคัญ α สมมติฐานทางเลือกเป็น $\mu_1 - \mu_2 \neq d_0$ จะมีบริเวณปฏิเสธเป็น $t < -t_{\frac{\alpha}{2}}$ และ

$t > t_{\frac{\alpha}{2}}$ สำหรับการทดสอบด้านเดียวที่ระดับนัยสำคัญ α สมมติฐานทางเลือกเป็น $\mu_1 - \mu_2 < d_0$

จะมีบริเวณปฏิเสธเป็น $t < -t_\alpha$ ส่วนการทดสอบด้านเดียวที่มีสมมติฐานทางเลือกเป็น $\mu_1 - \mu_2 > d_0$ จะมีบริเวณปฏิเสธเป็น $t > t_\alpha$

นั่นคือ ในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของ 2 ประชากรที่มีการแจกแจงปกติ ชักตัวอย่างขนาดเล็ก ไม่ทราบความแปรปรวนของประชากร แต่ทราบว่า **ความแปรปรวนของประชากรเท่ากัน** มีขั้นตอนดังนี้

1. ตั้งสมมติฐานว่าง $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0$
2. กำหนดสมมติฐานทางเลือก $H_1 : \mu_1 - \mu_2 < d_0$, $\mu_1 - \mu_2 > d_0$ หรือ $\mu_1 - \mu_2 \neq d_0$
3. กำหนดระดับนัยสำคัญ α
4. การปฏิเสธสมมติฐานว่างขึ้นอยู่กับสมมติฐานทางเลือก ดังนี้
 - 4.1 ถ้าสมมติฐานทางเลือก $H_1 : \mu_1 - \mu_2 < d_0$ จะปฏิเสธสมมติฐาน เมื่อ $t < -t_\alpha$
 - 4.2 ถ้าสมมติฐานทางเลือก $H_1 : \mu_1 - \mu_2 > d_0$ จะปฏิเสธสมมติฐาน เมื่อ $t > t_\alpha$
 - 4.3 ถ้าสมมติฐานทางเลือก $H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq d_0$ จะปฏิเสธสมมติฐาน เมื่อ $t > -t_{\alpha/2}$

หรือ $t > t_{\alpha/2}$

5. คำนวณค่า $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$ และ S_p จากตัวอย่างที่เป็นอิสระกันขนาด n_1 และ n_2 แล้วคำนวณค่า

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - d_0}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

6. สรุป จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง ถ้า t ตกอยู่ในบริเวณปฏิเสธและจะยอมรับสมมติฐานว่าง ถ้า t ตกอยู่ในบริเวณอื่น

ตัวอย่างที่ 7.6 ในการทดสอบวิชาฟิสิกส์ด้วยข้อสอบมาตรฐานกับนักเรียนชาย 18 คน นักเรียนหญิง 16 คน ปรากฏว่าคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชายเป็น 76 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 6 คะแนน ในขณะที่นักเรียนหญิงทำคะแนนเฉลี่ยได้ 82 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 8 คะแนน จงทดสอบว่าคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชายและนักเรียนหญิงแตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ ให้ μ_1 μ_2 แทนคะแนนเฉลี่ยวิชาฟิสิกส์ของนักเรียนชายและนักเรียนหญิง

1. ตั้งสมมติฐานว่าง $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$
2. กำหนดสมมติฐานทางเลือก $H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$
3. กำหนดระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$
4. จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อ $t < -t_{0.025,19} = -2.093$ หรือ $t > t_{0.025,19} = 2.093$
5. คำนวณหา S_p จาก

$$\begin{aligned} S_p^2 &= \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \\ &= \frac{(18 - 1)6^2 + (16 - 1)8^2}{18 + 16 - 2} \\ &= \frac{(17)36 + (15)64}{32} \\ &= \frac{612 + 960}{32} = 49.125 \end{aligned}$$

$$S_p = 7.009$$

$$\begin{aligned} \text{และจาก } t &= \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - d_0}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \\ &= \frac{(76 - 82) - 0}{7.009 \sqrt{\frac{1}{18} + \frac{1}{16}}} \\ &= \frac{(-6)}{7.009(0.343)} = -2.496 \end{aligned}$$

$$t = -2.496 < t_{0.025, 19} = -2.093 \text{ (จากตารางสถิติ)}$$

6. สรุป ปฏิเสธสมมติฐานว่าง $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05
นั่นคือ คะแนนเฉลี่ยวิชาฟิสิกส์ของนักเรียนชายและนักเรียนหญิงมีความแตกต่างกัน

7.10 การทดสอบสมมติฐานผลต่างค่าสัดส่วนของประชากร

การทดสอบสมมติฐานผลต่างค่าสัดส่วนของประชากร 2 กลุ่ม เป็นการทดสอบเกี่ยวกับผลต่างของสัดส่วน p_1-p_2 ว่าเท่ากับค่าที่กำหนดไว้หรือไม่ โดยอาศัยข้อมูลจากตัวอย่างที่สุ่มมาจากประชากรเพื่อสรุปอ้างอิงไปยังประชากร มีขั้นตอน ดังนี้

กำหนดให้ d_0 แทนผลต่างของพารามิเตอร์ p_1-p_2 ถ้า $d_0 = 0$ แสดงว่า $p_1 = p_2$

การตั้งสมมติฐานแบบทางเดียว

สมมติฐานว่าง $H_0 : p_1-p_2 = d_0$

สมมติฐานแย้งเป็น $H_1: p_1-p_2 < d_0$ หรือ $H_1: p_1-p_2 > d_0$

การตั้งสมมติฐานแบบสองทาง

สมมติฐานว่าง $H_0 : p_1-p_2 = d_0$

สมมติฐานแย้งเป็น $H_1 : p_1-p_2 \neq d_0$

จากทฤษฎีลิมิตเข้าสู่ส่วนกลาง ถ้าชักตัวอย่างขนาด n_1 และ n_2 จากประชากรกลุ่มที่ 1 และประชากรกลุ่มที่ 2 ที่มีการแจกแจงทวินาม โดยตัวอย่างทั้งสองเป็นอิสระกัน เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($n_1 \geq 30$ และ $n_2 \geq 30$) จะได้ $\hat{p}_1-\hat{p}_2$ มีการแจกแจงเข้าสู่การแจกแจงแบบปกติ ที่มีค่าเฉลี่ย p_1-p_2 ความแปรปรวน $p_1q_1/n_1 + p_2q_2/n_2$ เมื่อ $q_1 = 1-p_1$ $q_2 = 1-p_2$ หรือ

$$\hat{p}_1-\hat{p}_2 \sim N(p_1 - p_2, \frac{p_1q_1}{n_1} + \frac{p_2q_2}{n_2})$$

ตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบ คือ Z แบ่งการทดสอบเป็น 2 กรณี ดังนี้

1. การทดสอบกรณี $d_0=0$

การทดสอบกรณีนี้เป็นการทดสอบ $H_0 : p_1-p_2 = 0$ หรือ $H_0 : p_1 = p_2 = p$ และจะประมาณ p ด้วย $\hat{p}$ เมื่อ

$$\hat{p}_1 = \frac{x_1}{n_1} \quad \hat{p}_2 = \frac{x_2}{n_2} \quad \hat{p} = \frac{x_1+x_2}{n_1+n_2} \quad \text{และ} \quad \hat{q} = 1 - \hat{p}$$

จะได้

$$Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{pq}{n_1} + \frac{pq}{n_2}}}$$

$$Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)}{\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n_1} + \frac{\hat{p}\hat{q}}{n_2}}}$$

2. การทดสอบกรณี $d_0 \neq 0$

การทดสอบในกรณีนี้ เป็นการทดสอบ $H_0 : p_1 - p_2 = d_0 \neq 0$ หรือ $H_0 : p_1 \neq p_2$ เมื่อ

$$\hat{p}_1 = \frac{x_1}{n_1} \quad \hat{p}_2 = \frac{x_2}{n_2} \quad \hat{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} \quad \text{และ} \quad \hat{q} = 1 - \hat{p}$$

สำหรับค่าวิกฤตเปิดจากตารางในภาคผนวก (ตารางการแจกแจงปกติ) ตามระดับนัยสำคัญที่กำหนด โดยการปฏิเสธสมมติฐานว่างขึ้นอยู่กับสมมติฐานทางเลือก ดังนี้

- 1) ถ้าสมมติฐานทางเลือกเป็น $p_1 - p_2 < d_0$ จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อ $z < z_\alpha$
- 2) ถ้าสมมติฐานทางเลือกเป็น $p_1 - p_2 > d_0$ จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อ $z > z_\alpha$
- 3) ถ้าสมมติฐานทางเลือกเป็น $p_1 - p_2 \neq d_0$ จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อ $z < -z_{\frac{\alpha}{2}}$

หรือ $z > z_{\frac{\alpha}{2}}$

คำนวณค่า $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ จากตัวอย่างสุ่มที่เป็นอิสระกันขนาด n_1 และ n_2 แล้วคำนวณหา ค่า Z จาก

$$Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - d_0}{\sqrt{\hat{p}_1 \hat{q}_1 + \frac{\hat{p}_2 \hat{q}_2}{n_2}}}$$

สรุป จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง ถ้า Z ตกอยู่ในบริเวณปฏิเสธ และจะยอมรับสมมติฐาน ถ้า Z ตกอยู่ในบริเวณอื่น

ตัวอย่างที่ 7.7 ฝ่ายวิจัยการตลาดของซูเปอร์มาเก็ตต้องการวิเคราะห์ศักยภาพการขายสินค้าเพื่อขยายพื้นที่จำหน่ายสินค้า จึงสุ่มตัวอย่างลูกค้าจากซูเปอร์มาเก็ตที่ 1 จำนวน 1,200 คน จากซูเปอร์มาเก็ตที่ 2 จำนวน 1,800 คน พบว่าลูกค้าเห็นด้วย จำนวน 300 คน และ 350 คน ตามลำดับ จึงทดสอบผลต่างค่าสัดส่วนลูกค้าที่สนับสนุนการขยายพื้นที่จำหน่ายสินค้าที่ซูเปอร์มาเก็ตที่ 1 และซูเปอร์มาเก็ตที่ 2 แตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ กำหนด p_1 แทนสัดส่วนลูกค้าที่สนับสนุนการขยายพื้นที่จำหน่ายสินค้าที่ซูเปอร์มาเก็ตที่ 1

กำหนด p_2 แทนสัดส่วนลูกค้าที่สนับสนุนการขยายพื้นที่จำหน่ายสินค้าที่ซูเปอร์มาเก็ตที่ 2

$$\hat{p}_1 = x_1/n_1 = 300/1200 = 0.25 \quad \hat{q}_1 = 1 - \hat{p}_1 = 1 - 0.25 = 0.75$$

$$\hat{p}_2 = x_2/n_2 = 350/1800 = 0.19 \quad \hat{q}_2 = 1 - \hat{p}_2 = 1 - 0.19 = 0.81$$

$$\hat{p} = (x_1 + x_2)/(n_1 + n_2) = (300 + 350)/(1200 + 1800) = 650/3000 = 0.22$$

ขั้นที่ 1 ตั้งสมมติฐาน

$$H_0 : p_1 - p_2 = 0$$

$$H_1 : p_1 - p_2 \neq 0$$

ขั้นที่ 2 กำหนดตัวสถิติทดสอบ

$$Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)}{\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n_1} + \frac{\hat{p}\hat{q}}{n_2}}}$$

ขั้นที่ 3 คำนวณค่าสถิติทดสอบ

$$\begin{aligned} Z &= \frac{(0.25 - 0.19)}{\sqrt{\frac{(0.22)(0.78)}{1200} + \frac{(0.22)(0.78)}{1800}}} \\ &= \frac{0.06}{\sqrt{0.000143 + 0.0000953}} \\ &= \frac{0.06}{0.01543} \\ &= 3.8650 \end{aligned}$$

ขั้นที่ 4 กำหนดระดับนัยสำคัญ 0.05 ($\alpha=0.05$)

ขั้นที่ 5 กำหนดบริเวณวิกฤต

จากตารางสถิติในภาคผนวก ตารางที่ 4 ที่ $\alpha=0.05$ จะได้ $Z_{\alpha/2} = Z_{0.025} = 1.96$

ดังนั้น จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $Z < -1.96$ หรือ $Z > 1.96$

ขั้นที่ 6 สรุป

เนื่องจาก Z จากการคำนวณ เท่ากับ $3.865 > Z_{0.025} = 1.96$ จึงปฏิเสธ H_0 ที่ระดับ

นัยสำคัญ 0.05

นั่นคือ ผลต่างค่าสัดส่วนลูกค้าที่สนับสนุนการขยายพื้นที่จำหน่ายสินค้าที่ซูเปอร์มา

เก็ต1 และซูเปอร์มาเก็ต2 แตกต่างกัน

ตัวอย่างที่ 7.8 จากการที่นโยบายประกันสุขภาพของประเทศไทยได้มีการพัฒนาปรับปรุงขยายบริการ จาก “30 บาท รักษาทุกโรค” ไปสู่ “30 บาท ช่วยคนไทยห่างไกลโรค” มีประชาชนในภาคใต้ที่ทราบว่าโครงการนี้มีการปรับปรุงร้อยละ 62.4 ในการนี้สำนักงานสถิติแห่งชาติได้ทำการสำรวจข้อมูลโดยสุ่มคนในภาคใต้ที่อยู่นอกเขตเทศบาล จำนวน 3,560 คน พบว่าทราบจำนวน 760

คน และผู้ชมคนในเขตเทศบาล จำนวน 2,240 คน พบว่าทราบจำนวน 240 คน และ จงทดสอบผลต่างของสัดส่วนของคนที่ทราบเกี่ยวกับการปรับปรุงโครงการหลักประกันสุขภาพ นอกเขตเทศบาลและในเขตเทศบาลต่างกันมากกว่าร้อยละ 15 หรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

วิธีทำ กำหนด p_1 แทนสัดส่วนของคนที่ทราบการปรับปรุงโครงการฯ นอกเขตเทศบาล

กำหนด p_2 แทนสัดส่วนของคนที่ทราบการปรับปรุงโครงการฯ ในเขตเทศบาล

$$\hat{p}_1 = x_1/n_1 = 760/3560 = 0.2135 \quad \hat{q}_1 = 1 - \hat{p}_1 = 1 - 0.2135 = 0.7865$$

$$\hat{p}_2 = x_2/n_2 = 240/2240 = 0.1071 \quad \hat{q}_2 = 1 - \hat{p}_2 = 1 - 0.1071 = 0.8929$$

$$d_0 = 0.20$$

ขั้นที่ 1 ตั้งสมมติฐาน

$$H_0 : p_1 - p_2 = 0.15$$

$$H_1 : p_1 - p_2 \neq 0.15$$

ขั้นที่ 2 กำหนดตัวสถิติทดสอบ

$$Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - d_0}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1 \hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2 \hat{q}_2}{n_2}}}$$

ขั้นที่ 3 คำนวณค่าสถิติทดสอบ

$$\begin{aligned} Z &= \frac{(0.2135 - 0.1071) - 0.15}{\sqrt{\frac{(0.2135)(0.7865)}{3560} + \frac{(0.1071)(0.8929)}{2240}}} \\ &= \frac{-0.0382}{\sqrt{0.0000471679 + 0.0000405392}} \\ &= \frac{-0.0882}{0.009365} \\ &= -4.079 \end{aligned}$$

ขั้นที่ 4 กำหนดระดับนัยสำคัญ 0.01 ($\alpha=0.01$)

ขั้นที่ 5 กำหนดบริเวณวิกฤต

จากตารางสถิติในภาคผนวก ตารางที่ 4 ที่ $\alpha=0.01$ จะได้ $Z_{\alpha/2} = Z_{0.005} = 2.575$

ดังนั้น จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $Z < -2.575$ หรือ $Z > 2.575$

ขั้นที่ 6 สรุป

เนื่องจาก Z จากการคำนวณเท่ากับ $-4.079 < -Z_{0.025} = -2.575$ จึงปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

นั่นคือ ผลต่างของสัดส่วนของคนที่ทราบเกี่ยวกับการปรับปรุงโครงการหลักประกันสุขภาพนอกเขตเทศบาลและในเขตเทศบาลต่างกันไม่เท่ากับร้อยละ 15

7.11 การทดสอบสมมติฐานผลต่างระหว่างค่าแปรปรวนของสองประชากร

การเปรียบเทียบค่าความแปรปรวนของ 2 ประชากร คือ σ_1^2 และ σ_2^2 ตั้งสมมติฐาน ดังนี้

สมมติฐานว่าง $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ หรือ $H_0: \sigma_1^2 / \sigma_2^2 = 1$

สมมติฐานแย้ง $H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ หรือ $H_1: \sigma_1^2 < \sigma_2^2$ หรือ $H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$

ในการทดสอบสมมติฐาน $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ จะใช้สถิติในการทดสอบ f โดยที่ $f = S_1^2 / S_2^2$ ที่ได้จาก $(S_1^2 / \sigma_1^2) / (S_2^2 / \sigma_2^2)$ เมื่อ $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ โดย S_1^2 และ S_2^2 เป็นค่าความแปรปรวนที่คำนวณได้จาก 2 ตัวอย่างที่สุ่มมาจาก 2 ประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ และตัวอย่างทั้งสองต้องเป็นอิสระกัน

ค่า $f = S_1^2 / S_2^2$ มีการแจกแจงแบบเอฟ (F distribution) ที่ระดับชั้นความเสรี (degree of freedom: df: v) $v_1 = n_1 - 1$, $v_2 = n_2 - 1$

ส่วนค่า $f = S_2^2 / S_1^2$ ที่ได้จาก $(S_2^2 / \sigma_2^2) / (S_1^2 / \sigma_1^2)$ เมื่อ $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ จะมีการแจกแจงแบบเอฟ ที่ระดับชั้นความเสรี (degree of freedom: df: v) $v_2 = n_2 - 1$, $v_1 = n_1 - 1$

ค่า $f = S_1^2 / S_2^2$ และ ค่า $f = S_2^2 / S_1^2$ จะมีบริเวณปฏิเสธที่แตกต่างกัน เนื่องจากค่าระดับชั้นความเสรีที่สลับกันระหว่างตัวหน้ากับตัวหลัง ดังนี้

1. การทดสอบด้านเดียวที่มีสมมติฐาน

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \quad H_1: \sigma_1^2 < \sigma_2^2$$

สถิติทดสอบ

$$F = S_2^2 / S_1^2$$

บริเวณปฏิเสธ H_0

$$F > F_{1-\alpha} \quad \text{ที่ระดับชั้นความเสรี } v_2 = n_2 - 1, v_1 = n_1 - 1$$

2. การทดสอบด้านเดียวที่มีสมมติฐาน

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \quad H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$$

สถิติทดสอบ

$$F = S_1^2 / S_2^2$$

บริเวณปฏิเสธ H_0

$$F > F_{1-\alpha} \quad \text{ที่ระดับชั้นความเสรี } v_1 = n_1 - 1, v_2 = n_2 - 1$$

3. การทดสอบสองด้านที่มีสมมติฐาน

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \quad H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

สถิติทดสอบ

$$F = S_1^2 / S_2^2$$

บริเวณปฏิเสธ H_0

$$F > F_{1-\alpha/2, v_1, v_2} \quad \text{หรือ} \quad F < F_{\alpha/2, v_1, v_2} = 1 / F_{1-\alpha/2, v_2, v_1}$$

$$\text{เมื่อ } v_1 = n_1 - 1, v_2 = n_2 - 1$$

ตัวอย่างที่ 7.9 ในการสอบกลางภาครายวิชาการคิดและการตัดสินใจของนักศึกษา 2 หมู่เรียน ที่มีอาจารย์ผู้สอนต่างกัน แต่ในการสอบใช้ข้อสอบชุดเดียวกัน คะแนนเต็ม 20 คะแนน หมู่เรียน 1 มีผู้เข้าสอบ 11 คน สอบได้คะแนนเฉลี่ย 12 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 2.6 คะแนน หมู่เรียน 2 มีผู้เข้าสอบ 18 คน มีคะแนนเฉลี่ย 13 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 2.8 คะแนน ประชากรทั้งสองกลุ่มมีการแจกแจงแบบปกติและตัวอย่างทั้งสองกลุ่มเป็นอิสระกัน จงทดสอบว่าความแปรปรวนของคะแนนสอบรายวิชาการคิดและการตัดสินใจที่อาจารย์ผู้สอนต่างกัน แตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

วิธีทำ คะแนนสอบกลางภาคมีคะแนนเต็ม 20 คะแนน

หมู่เรียน 1 มีผู้เข้าสอบ 11 คน คะแนนเฉลี่ย 12 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 2.6 คะแนน

$$n_1 = 11 \quad \bar{X}_1 = 12 \quad S_1 = 2.6$$

หมู่เรียน 2 มีผู้เข้าสอบ 18 คน คะแนนเฉลี่ย 13 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 2.8 คะแนน

$$n_2 = 18 \quad \bar{X}_2 = 13 \quad S_2 = 2.8$$

ให้ σ_1^2 แทนความแปรปรวนคะแนนสอบของนักศึกษาหมู่เรียน 1

σ_2^2 แทนความแปรปรวนคะแนนสอบของนักศึกษาหมู่เรียน 2

การทดสอบนี้เป็นการทดสอบสองด้าน

1. กำหนดสมมติฐาน

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

2. กำหนดระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.10$

3. สถิติทดสอบ

$$F = S_1^2 / S_2^2$$

4. คำนวณค่าสถิติทดสอบ

$$F = S_1^2 / S_2^2 = (2.6)^2 / (2.8)^2 = 6.76 / 7.84 = 0.8622$$

5. บริเวณปฏิเสธ H_0

$$F > F_{1-\alpha/2, v_1, v_2} \quad \text{หรือ} \quad F < F_{\alpha/2, v_1, v_2} = 1 / F_{1-\alpha/2, v_2, v_1}$$

เมื่อ $v_1 = n_1 - 1$, $v_2 = n_2 - 1$ จะได้

$$F > F_{1-(0.10/2), v_1, v_2} = F_{0.95, 10, 17} = 2.45$$

จากการเปิดตารางที่ 7 ในภาคผนวก จากตารางสถิติ

$$P(F > 2.45) = 0.05$$

$$\text{ดังนั้น } F_{0.95, 10, 17} = 2.45$$

6. สรุป $F = 0.8622 < F_{0.95, 10, 17} = 2.45$ จึงไม่ปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

นั่นคือ ความแปรปรวนของการสอนรายวิชาการคิดและการตัดสินใจที่อาจารย์ผู้สอน

ต่างกัน ไม่แตกต่างกัน

ตัวอย่างที่ 7.10 ในการวัดอุณหภูมิน้ำในแหล่งเพาะพันธุ์ยุง 2 ชนิด จาก 8 ครีวเรือน ได้ข้อมูลดังนี้

ชนิดแหล่งเพาะพันธุ์ยุง	อุณหภูมิน้ำในแหล่งเพาะพันธุ์ยุงในครัวเรือน (องศาเซลเซียส)							
	1	2	3	4	5	6	7	8
กระป๋อง	27.0	27.4	29.1	29.8	32.2	32.5	34.0	35.5
จานรองกระถางต้นไม้	21.4	27.8	30.2	31.5	31.8	32.4	28.5	29.2

อยากทราบว่าความแปรปรวนของอุณหภูมิน้ำในกระป๋องน้อยกว่าความแปรปรวนของอุณหภูมิน้ำในจานรองกระถางต้นไม้ หรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 เมื่อกำหนดให้อุณหภูมิน้ำในแหล่งเพาะพันธุ์ยุงทั้งสองชนิดมีการแจกแจงแบบปกติ

วิธีทำ ให้ σ_1^2 แทนความแปรปรวนของอุณหภูมิในกระป๋อง

σ_2^2 แทนความแปรปรวนของอุณหภูมิในจานรองกระถางต้นไม้

การทดสอบนี้เป็นการทดสอบด้านเดียว

1. กำหนดสมมติฐาน

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$$

2. กำหนดระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$

3. สถิติทดสอบ

$$F = S_1^2 / S_2^2$$

4. คำนวณค่าสถิติทดสอบ

จากข้อมูล คำนวณหาค่าเฉลี่ยและความแปรปรวน ดังนี้

ชนิดแหล่งเพาะพันธุ์	อุณหภูมิในแหล่งเพาะพันธุ์ในครัวเรือน (องศาเซลเซียส)							
	1	2	3	4	5	6	7	8
กระป๋อง (X_1)	27.0	27.4	29.1	29.8	32.2	32.5	34.0	35.5
จานรองกระถางต้นไม้ (X_2)	21.4	27.8	30.2	31.5	31.8	32.4	28.5	29.2

ครัวเรือนที่	X_1	X_2	X_1^2	X_2^2
1	27.0	21.4	729.0	457.96
2	27.4	27.8	750.8	772.84
3	29.1	30.2	846.8	912.04
4	29.8	31.5	888.0	992.25
5	32.2	31.8	1036.8	1011.24
6	32.5	32.4	1056.3	1049.76
7	34.0	28.5	1156.0	812.25
8	35.5	29.2	1260.3	852.64
ผลรวม	247.5	232.8	7724	6861
ค่าเฉลี่ย	30.9	29.1		
ความแปรปรวน	9.6	12.4		

ค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิน้ำในกระป๋อง ($\bar{X}_1$)

$$\begin{aligned}
 &= (27.0+27.4+29.1+29.8+32.2+32.5+34.0+35.5)/8 \\
 &= 247.5/8 \\
 &= 30.9
 \end{aligned}$$

ค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิน้ำในจานรองกระถางต้นไม้ ($\bar{X}_2$)

$$\begin{aligned}
 &= (21.4+27.8+30.2+31.5+31.8+32.4+28.5+29.2)/8 \\
 &= 232.8/8 \\
 &= 29.1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 S_1^2 &= \frac{\sum_{i=1}^{n_1} x_{1i}^2 - n_1 \bar{X}_1^2}{n_1 - 1} \\
 &= \frac{7724 - 8(30.9)^2}{7} \\
 &= 9.6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 S_2^2 &= \frac{\sum_{i=1}^{n_2} x_{2i}^2 - n_2 \bar{X}_2^2}{n_2 - 1} \\
 &= \frac{6861 - 8(29.1)^2}{7} \\
 &= 12.4
 \end{aligned}$$

$$F = S_1^2 / S_2^2 = (9.6) / (12.4) = 0.7742$$

5. บริเวณปฏิเสธ H_0

$F < F_{\alpha, v_1, v_2}$ เมื่อ $v_1 = n_1 - 1$, $v_2 = n_2 - 1$
จะได้

$$F < F_{0.05, 7, 7} = 3.79$$

6. สรุป $F = 0.7742 < F_{0.05, 7, 7} = 3.79$ จึงปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

นั่นคือ ความแปรปรวนของอุณหภูมิน้ำในกระป๋องน้อยกว่าความแปรปรวนของอุณหภูมิ
น้ำในจานรองกระถางต้นไม้

7.12 การทดสอบไคกำลังสอง

การทดสอบไคกำลังสอง (chi-square) ใช้ในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับสัดส่วนของประชากรหรืออัตราส่วนของประชากร การทดสอบไคกำลังสองแบ่งออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่ การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับอัตราส่วนหลายลักษณะ และการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความเป็นอิสระต่อกัน

7.12.1 การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับอัตราส่วนหลายลักษณะ

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับอัตราส่วนหลายลักษณะ เป็นการทดสอบค่าสัดส่วนหรืออัตราส่วน ทั้ง k ลักษณะ ว่าเท่ากับค่าที่คาดหวัง หรือไม่ เช่น ต้องการทดสอบว่าอัตราส่วนนักฟังเพลงมีความชอบเพลงไทยสากล เพลงลูกทุ่ง เพลงไทยเดิม เท่ากับ 3:2:1 หรือไม่ ในการทดสอบจะใช้ตัวสถิติทดสอบไคกำลังสองเพื่อทดสอบอัตราส่วนดังกล่าวว่าเป็นไปตามที่คาดหวัง หรือไม่ โดยใช้สูตร

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

เมื่อ O_i คือค่าความถี่ที่สังเกตได้

E_i คือค่าความถี่ที่คาดหวัง โดย $E_i = np_i$ เมื่อ p_i คือสัดส่วนที่พิจารณา

k คือจำนวนกลุ่ม โดยมีระดับขั้นความเสรี (degree of freedom: df: v) เท่ากับ $k-1$

การทดสอบสมมติฐานมีขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ตั้งสมมติฐาน

H_0 : ตัวแปรที่สนใจมีอัตราส่วนเท่ากับค่าที่กำหนดไว้

H_1 : ตัวแปรที่สนใจมีอัตราส่วนไม่เท่ากับค่าที่กำหนดไว้

ขั้นที่ 2 กำหนดตัวสถิติทดสอบ

ขั้นที่ 3 คำนวณค่าสถิติทดสอบ

ขั้นที่ 4 กำหนดระดับนัยสำคัญ

ขั้นที่ 5 กำหนดบริเวณวิกฤต

ค่าวิกฤตเปิดจากตารางที่ 6 การแจกแจงไคกำลังสอง ในภาคผนวกตามระดับนัยสำคัญ

ที่กำหนด และระดับขั้นความเสรี $df = k-1$ โดยจะปฏิเสธ H_0 เมื่อ χ^2 ที่คำนวณ มากกว่า $\chi^2_{\alpha, k-1}$

ขั้นที่ 6 สรุปผล

ตัวอย่างที่ 7.11 โดยทั่วไปเชื่อว่า ความนิยมฟังเพลงของนักศึกษามีอัตราส่วนเพลงไทยสากล เพลงลูกทุ่ง หรือเพลงไทยเดิม เป็น 3:2:1 เพื่อตรวจสอบความเชื่อจึงสำรวจความนิยมเกี่ยวกับการฟังเพลง โดยสอบถามจากนักศึกษาในมหาวิทยาลัยแห่งหนึ่ง จำนวน 300 คน ปรากฏว่า 100 คนชอบเพลงลูกทุ่ง 120 คนชอบเพลงลูกกรุง และ 80 คนชอบเพลงไทยเดิม จึงทดสอบความเชื่อดังกล่าวที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ตั้งสมมติฐาน

H_0 : ความนิยมฟังเพลงไทยสากล เพลงลูกทุ่ง และเพลงไทยเดิมของนักศึกษาเป็น 3:2:1

H_1 : ความนิยมฟังเพลงไทยสากล เพลงลูกทุ่ง และเพลงไทยเดิมของนักศึกษาไม่เป็น 3:2:1

หรือ H_0 : $p_1 = 3/6$, $p_2 = 2/6$, $p_3 = 1/6$

H_1 : p_i อย่างน้อย 1 ค่า ไม่เท่ากับที่กำหนด โดย $i=1, 2, 3$

ขั้นที่ 2 กำหนดตัวสถิติทดสอบ

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

ขั้นที่ 3 คำนวณค่าสถิติทดสอบ

$$O_1 = 100, O_2 = 120, O_3 = 80$$

$$n = 300$$

$$p_1 = 3/6, p_2 = 2/6, p_3 = 1/6$$

$$E_i = np_i$$

$$E_1 = np_1 = 300(3/6) = 150$$

$$E_2 = np_2 = 300(2/6) = 100$$

$$E_3 = np_3 = 300(1/6) = 50$$

$$\begin{aligned} \chi^2 &= (100-150)^2/150 + (120-100)^2/100 + (80-50)^2/50 \\ &= 16.67 + 4.00 + 18.00 \\ &= 38.67 \end{aligned}$$

ขั้นที่ 4 กำหนดระดับนัยสำคัญ 0.05 ($\alpha=0.05$)

ขั้นที่ 5 กำหนดบริเวณวิกฤต

จากตารางที่ 6 ที่ $\alpha = 0.05$ $df = k-1 = 3-1 = 2$ ได้

$$\chi_{0.05,3-1}^2 = \chi_{0.05,2}^2 = 5.99$$

ขั้นที่ 6 สรุปผล χ^2 การคำนวณ = 38.67 > $\chi_{0.05,2}^2 = 5.99$ จึงปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

นั่นคือ ความนิยมฟังเพลงไทยสากล เพลงลูกทุ่ง และเพลงไทยเดิมของนักศึกษาไม่เป็น 3:2:1

7.12.2 การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความเป็นอิสระต่อกัน

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความเป็นอิสระต่อกัน (test of independence) เป็นการทดสอบว่า ตัวแปรเชิงคุณภาพ 2 ตัว สัมพันธ์กันหรือเป็นอิสระกัน หรือไม่ เช่นต้องการทราบว่าเพศมีความนิยมการฟังเพลงมีความสัมพันธ์กันหรือไม่ การทดสอบข้อสงสัยดังกล่าวต้องการทำการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความเป็นอิสระต่อกันโดยอาศัยการทดสอบไคกำลังสอง โดยนำตัวแปรทั้งสองจัดในรูปตารางการแจกแจงแบบ 2 ทาง ดังนี้

ตัวแปร1	ตัวแปร2					รวม
	Y1	Y2	Y3	...	Y _c	
X1	O ₁₁	O ₁₂	O ₁₃	...	O _{1c}	n _{1.}
X2	O ₂₁	O ₂₂	O ₂₃	...	O _{2c}	n _{2.}
X3	O ₃₁	O ₃₂	O ₃₃	...	O _{3c}	n _{3.}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
X _r	O _{r1}	O _{r2}	O _{r3}	...	O _{rc}	n _{r.}
รวม	n _{.1}	n _{.2}	n _{.3}		n _{.c}	n _{rc} =n

เมื่อ O_{ij} แทน ความถี่ที่สังเกตได้ของแถวที่ i สดมภ์ที่ j ของตัวแปร X และ Y ตามลำดับ $i=1, 2, 3, \dots, r$ และ $j = 1, 2, 3, \dots, c$

$n_{i.}$ แทน ผลรวมของความถี่ที่สังเกตได้ตามแถวที่ i ของตัวแปร X โดย $n_{i.} = \sum_{j=1}^c O_{ij}$

$n_{.j}$ แทน ผลรวมของความถี่ที่สังเกตได้ตามสดมภ์ที่ j ของตัวแปร Y โดย $n_{.j} = \sum_{i=1}^r O_{ij}$

n แทน ขนาดตัวอย่าง โดย $n = \sum_{i=1}^r n_{i.} = \sum_{j=1}^c n_{.j}$

ตัวสถิติทดสอบ

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

เมื่อ ระดับชั้นความเสรี $df = (r-1)(c-1)$

r แทนจำนวนแถวของตัวแปร X

c แทนจำนวนแถวของตัวแปร Y

E_{ij} แทนค่าคาดหวังของแถวที่ i ของตัวแปร X และสดมภ์ที่ j ของตัวแปร Y

$E_{ij} = (n_{i.})(n_{.j}) / n$

การทดสอบสมมติฐานมีขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ตั้งสมมติฐาน

H_0 : ตัวแปรทั้งสองเป็นอิสระกัน

H_1 : ตัวแปรทั้งสองไม่เป็นอิสระกัน

ขั้นที่ 2 กำหนดตัวสถิติทดสอบ

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

ขั้นที่ 3 คำนวณค่าสถิติทดสอบ

ขั้นที่ 4 กำหนดระดับนัยสำคัญ

ขั้นที่ 5 กำหนดบริเวณวิกฤต

ค่าวิกฤตเปิดจากตารางที่ 6 การแจกแจงไคกำลังสอง ในภาคผนวกตามระดับนัยสำคัญที่กำหนด และระดับขั้นความเสรี $df = (r-1)(c-1)$ โดยจะปฏิเสธ H_0 เมื่อ χ^2 ที่คำนวณ มากกว่า $\chi^2_{\alpha, (r-1)(c-1)}$

ขั้นที่ 6 สรุปผล

ตัวอย่างที่ 7.12 สุ่มครัวเรือน 159 หลัง ในตำบลเคิ่ง อำเภอลำปาง จังหวัดนครศรีธรรมราช สำนวจวัสดุที่ใช้สร้างบ้านกับการเคยมี/ไม่เคยมีผู้ป่วยโรคไข้เลือดออก (ศุภวรรณ พรหมเพรา และคณะ, 2558) มีรายละเอียดดังนี้

วัสดุที่ใช้สร้างบ้าน	การมีผู้ป่วยโรคไข้เลือดออก (ครัวเรือน)		รวม
	เคยมีผู้ป่วย	ไม่เคยมีผู้ป่วย	
อิฐฉาบปูน	14	118	132
ไม้/จาก/หญ้าแฝก	6	21	27
รวม	20	139	159

จงทดสอบว่าการเคยมี/ไม่เคยมีผู้ป่วยโรคไข้เลือดออกขึ้นอยู่กับวัสดุที่ใช้สร้างบ้านหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ตั้งสมมติฐาน

H_0 : การเคยมี/ไม่เคยมีผู้ป่วยโรคไข้เลือดออกไม่ขึ้นอยู่กับวัสดุที่ใช้สร้างบ้าน

H_1 : การเคยมี/ไม่เคยมีผู้ป่วยโรคไข้เลือดออกขึ้นอยู่กับวัสดุที่ใช้สร้างบ้าน

ขั้นที่ 2 กำหนดตัวสถิติทดสอบ

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

ขั้นที่ 3 คำนวณค่าสถิติทดสอบ

$$O_{11} = 14, \quad O_{12} = 118, \quad O_{21} = 6, \quad O_{22} = 21$$

$$n_{1.} = 132, \quad n_{2.} = 27, \quad n_{.1} = 20, \quad n_{.2} = 139$$

$$E_{11} = (n_{1.})(n_{.1})/n = (132)(20)/159 = 16.60$$

$$E_{12} = (n_{1.})(n_{.2})/n = (132)(139)/159 = 115.40$$

$$E_{21} = (n_{2.})(n_{.1})/n = (27)(20)/159 = 3.40$$

$$E_{22} = (n_{2.})(n_{.2})/n = (27)(139)/159 = 23.60$$

$$\begin{aligned} \chi^2_{\text{cal}} &= [(14-16.60)^2/16.60] + [(118-115.40)^2/115.40] + [(6-3.40)^2/3.40] + [(21-23.60)^2/23.60] \\ &= 0.4072 + 0.0586 + 1.9882 + 0.2864 \\ &= 3.2678 \end{aligned}$$

ขั้นที่ 4 กำหนดระดับนัยสำคัญ $\alpha=0.05$

ขั้นที่ 5 กำหนดบริเวณวิกฤต

ค่าวิกฤตเปิดจากตารางที่ 6 การแจกแจงไคกำลังสอง ในภาคผนวกตามระดับนัยสำคัญ

ที่กำหนด และระดับขั้นความเสรี $df = (2-1)(2-1) = 1$ โดยจะปฏิเสธ H_0 เมื่อ χ^2 ที่คำนวณ มากกว่า

$$\chi^2_{0.05, (2-1)(2-1)} = \chi^2_{0.05, 1} = 3.84$$

ขั้นที่ 6 สรุปผล χ^2 จากการคำนวณ ($\chi^2_{\text{cal}} = 3.2678 < \chi^2_{0.05, 1} = 3.84$)

ดังนั้น ไม่ปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

นั่นคือ การเคยมี/ไม่เคยมีผู้ป่วยโรคไข้เลือดออกไม่ขึ้นอยู่กับวัสดุที่ใช้สร้างบ้าน

7.13 การวิเคราะห์ความแปรปรวน

งานวิจัยที่ต้องการเปรียบเทียบผลระหว่างกลุ่ม 2 กลุ่ม เช่น เปรียบเทียบผลการทดลองระหว่างกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม เปรียบเทียบรายได้ระหว่างกลุ่มบุคคลที่รับราชการกับกลุ่มบุคคลที่ไม่รับราชการ เมื่อข้อมูลอยู่ในมาตราอันดับหรืออัตราส่วน เช่น ข้อมูลเป็นคะแนนสอบ ความสูง น้ำหนัก ความเร็ว เจตคติต่ออาชีพครู จะวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การทดสอบที (t-test) ดังกล่าวมาแล้ว ในบทนี้จะกล่าวถึงการทดสอบค่าเฉลี่ยมากกว่า 2 กลุ่ม ซึ่งใช้กับงานวิจัยที่ต้องการเปรียบเทียบผลตั้งแต่ 3 กลุ่มขึ้นไป เพื่อตรวจสอบว่าความแตกต่างกันของตัวแปรอิสระที่เป็นตัวแปรเชิงกลุ่มมากกว่า 2 กลุ่มนั้น มีผลหรืออิทธิพลต่อตัวแปรตามซึ่งเป็นตัวแปรเชิงปริมาณ หรือไม่ เช่น การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาภาษาไทยของนักเรียนที่เรียนด้วยวิธีสอนต่างกัน 3 วิธี การเปรียบเทียบความมีวินัยในตนเองระหว่างนักเรียนที่ได้รับการอบรมเลี้ยงดูต่างกัน 3 แบบ คือแบบเข้มงวดกวดขัน แบบประชาธิปไตย และแบบปล่อยปละละเลย การเปรียบเทียบผลผลิตข้าวจากการใช้ปุ๋ย 4 สูตร เป็นต้น

เทคนิคการวิเคราะห์ข้อมูลที่ใช้ในการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยระหว่างกลุ่มตั้งแต่ 3 กลุ่มขึ้นไป มีชื่อเรียกว่า การวิเคราะห์ความแปรปรวน (analysis of variance : ANOVA) ผู้ที่คิดค้นการวิเคราะห์ความแปรปรวนเป็นคนแรกชื่อ เซอร์โรนัลด์ ฟิชเชอร์ (Sir Ronald Fisher) ซึ่งเริ่มใช้ครั้งแรกเกี่ยวกับงานวิจัยทางการเกษตร ต่อมาได้มีการนำไปใช้กับงานวิจัยอื่น ๆ อย่างแพร่หลาย โดยเฉพาะอย่างยิ่งที่เป็นงานวิจัยเชิงทดลองที่มีการออกแบบการทดลองที่เหมาะสม (ชูศรี วงศ์รัตน์, 2544; เติมศรี ชำนิจารกิจ, 2544; ลดาวัลย์ รามางกูร, 2552; มนตรี สังข์ทอง, 2557) การวิเคราะห์ความแปรปรวนเป็นการวิเคราะห์อัตราส่วนของความแปรปรวนระหว่างกลุ่มและความแปรปรวนภายในกลุ่ม ความแปรปรวนระหว่างกลุ่มเป็นความแปรปรวนที่เกิดจากความแตกต่างของค่าเฉลี่ยระหว่างกลุ่มต่าง ๆ ถ้าค่าเฉลี่ยระหว่างกลุ่มแตกต่างกันมาก ค่าความแปรปรวนระหว่างกลุ่มก็จะมากด้วย ส่วนความแปรปรวนภายในกลุ่มเป็นค่าที่แสดงให้เห็นว่าค่าของข้อมูลแต่ละตัวภายในกลุ่มมีการกระจายมากหรือน้อยเพียงใด ค่าที่คำนวณได้เรียกว่าความคลาดเคลื่อน (ชูศรี วงศ์รัตน์, 2544; ยุทธ ไกยวรรณ, 2546; สรชัย พิศาลบุตร, 2559)

7.14 ข้อตกลงเบื้องต้นในการวิเคราะห์ความแปรปรวน

ข้อมูลที่ใช้ในการทำวิจัยหลายเรื่องเป็นข้อมูลที่เก็บรวบรวมจากตัวอย่างที่เป็นเพียงส่วนหนึ่งของประชากร การวิเคราะห์ความแปรปรวนเป็นกระบวนการวิเคราะห์เพื่อนำผลไปสรุปลักษณะของประชากร ผู้วิเคราะห์จึงควรคำนึงถึงข้อตกลงเบื้องต้นก่อนทำการวิเคราะห์ข้อมูล ข้อตกลงเบื้องต้นในการวิเคราะห์ความแปรปรวนที่สำคัญซึ่งเกี่ยวข้องกับลักษณะประชากรและตัวอย่างตั้งแต่ 3 กลุ่มขึ้นไปที่กล่าวถึงตอนต้น มี 3 ประการ คือ 1) ประชากรมีการแจกแจงปกติ 2) ประชากรทุก

กลุ่มมีความแปรปรวนเท่ากัน 3) ตัวอย่างแต่ละกลุ่มต้องเป็นอิสระกัน ในการตรวจสอบข้อตกลงเบื้องต้นดังกล่าว มีรายละเอียดดังนี้

7.14.1 ประชากรมีการแจกแจงปกติ

ตัวอย่าง k กลุ่ม ที่ทำการศึกษามีสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ ซึ่งทั่วไปแล้วในการวิจัยมักไม่ทราบว่าการแจกแจงแบบปกติหรือไม่ ฉะนั้นก่อนทำการวิเคราะห์ด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวน ผู้วิเคราะห์ควรนำข้อมูลที่สุ่มจากประชากรมาทดสอบว่ามีการแจกแจงแบบปกติหรือไม่ ซึ่งทำได้โดยใช้กราฟ หรือใช้สถิติทดสอบ

7.14.1.1 การตรวจสอบโดยใช้กราฟ เป็นวิธีการตรวจสอบการแจกแจงของข้อมูลเชิงปริมาณ โดยผู้วิเคราะห์จะต้องพิจารณาจากกราฟ และสรุปให้ได้ว่าข้อมูลมีความสมมาตรหรือมีการแจกแจงเป็นแบบปกติหรือใกล้เคียงการแจกแจงแบบปกติหรือไม่ ประกอบด้วย

1) ฮิสโตแกรม (histogram) เป็นกราฟที่ใช้แสดงข้อมูล ให้แกนนอนแสดงค่าข้อมูลโดยแบ่งข้อมูลออกเป็นช่วง แต่ละช่วงมีความยาวเท่ากัน แกนตั้งแสดงความถี่ของข้อมูล หรืออาจใช้แกนตั้งเป็นร้อยละก็ได้ การพิจารณาการแจกแจงทำได้โดยการตรวจสอบลักษณะของฮิสโตแกรมว่ามีลักษณะสมมาตรหรือไม่

2) แผนภาพลำต้นและใบ (stem and leaf) เป็นวิธีการที่ใช้ตรวจสอบการแจกแจงของข้อมูลที่ให้รายละเอียดได้ดีกว่าฮิสโตแกรม เนื่องจากใช้ข้อมูลดิบทุกค่าจากตัวอย่าง ทำให้สามารถมองเห็นลักษณะที่แท้จริงของข้อมูลได้

3) บ็อกซ์พล็อต (boxplot) เป็นเทคนิคที่ให้รายละเอียดเกี่ยวกับการแจกแจงของข้อมูล โดยนำเสนอค่ามัธยฐาน เปอร์เซนต์ไทล์ที่ 25 เปอร์เซนต์ไทล์ที่ 75 และให้ค่าข้อมูลผิดปกติ (outlier) ด้วย ถ้าค่ามัธยฐานอยู่ตรงกลางของกล่อง (box) แสดงว่าการแจกแจงของข้อมูลมีความสมมาตร และถ้าความกว้างของกล่องมากแสดงว่าข้อมูลมีการกระจายมาก

4) แบบทดสอบความน่าจะเป็นปกติ (normal probability test) เป็นวิธีการสร้างกราฟที่ใช้ในการตรวจสอบว่าข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติหรือไม่ โดยพล็อตค่าของข้อมูลจริงกับค่าที่คาดหวัง ถ้าข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าข้อมูลจริงจะกระจายอยู่รอบ ๆ ค่าคาดหวังอย่างสม่ำเสมอ

5) ดีเทร็นนอร์มอลพล็อต (detrended normal plot) เป็นกราฟที่แสดงค่าเบี่ยงเบนหรือค่าแตกต่างระหว่างค่าจริงกับค่าคาดหวังภายใต้การแจกแจงแบบปกติ ถ้าค่าจริงกับค่าคาดหวังมีค่าเท่ากันแสดงว่าค่าแตกต่างเป็นศูนย์ ถ้าค่าแตกต่างมีค่ารอบ ๆ ศูนย์อย่างสม่ำเสมอ แสดงว่าข้อมูลตัวอย่างมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ

7.14.1.2 การตรวจสอบโดยใช้สถิติทดสอบ เป็นวิธีการตรวจสอบการแจกแจงของข้อมูลเชิงปริมาณโดยอาศัยค่าสถิติเป็นเกณฑ์ในการตัดสินใจว่าข้อมูลชุดนั้น ๆ มีการแจกแจงเป็นแบบปกติหรือไม่ โดยพิจารณาการแจกแจงแบบปกติหรือไม่ ประกอบด้วย แบบทดสอบโคลโมโกรอฟ สมิโนฟ (Kolmogorov-Smirnov test) แบบทดสอบชาปิโร-วิลคส์ (Shapiro-Wilks test)

1) แบบทดสอบโคลโมโกรอฟ สมิโนฟ หรือแบบทดสอบลิลลิฟอว์ (Lilliefors's Test) เป็นสถิติทดสอบที่ทำการเปรียบเทียบค่าฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของข้อมูลจากตัวอย่างกับค่าฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของข้อมูลภายใต้สมมติฐานว่าประชากรมีการแจกแจงแบบปกติ ถ้าค่าความแตกต่างต่ำแสดงว่าการแจกแจงเป็นแบบปกติ (กัลยา วาณิชยบัญชา, 2546) โดยมีสมมติฐานว่างว่าเป็นการชักตัวอย่างจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ ในขณะที่สมมติแย้งว่าเป็นการชักตัวอย่างจากประชากรที่ไม่ได้มีการแจกแจงแบบปกติ ตัวทดสอบนี้ใช้ในกรณีที่ไม่ทราบค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของประชากร แต่จะใช้ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของตัวอย่างแทน

2) แบบทดสอบชาปิโร-วิลคส์ เป็นสถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐานว่าง และสมมติแย้งเช่นเดียวกับแบบทดสอบโคลโมโกรอฟ สมิโนฟ แต่สามารถใช้กับกรณีที่ไม่ทราบค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของประชากร และขนาดตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษานั้นไม่เกิน 50

การทดสอบทั้งสองแบบดังกล่าวข้างต้น ถ้าใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SPSS ในการประมวลผล จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง H_0 : ประชากรมีการแจกแจงแบบปกติ หากค่านัยสำคัญ (significance: sig.) น้อยกว่าระดับนัยสำคัญที่กำหนด อย่างไรก็ตาม ถ้าตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($n \geq 30$) และได้มาด้วยการสุ่มแล้ว ข้อมูลที่ได้จะมีการแจกแจงเป็นแบบปกติ นอกจากนี้ ถ้าขนาดตัวอย่างของแต่ละกลุ่มที่นำมาเปรียบเทียบมีจำนวนเท่ากัน แม้จะมีขนาดตัวอย่างเล็ก ($n < 30$) ก็พออนุมานได้ว่าข้อมูลมีการแจกแจงเป็นแบบปกติ (บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์, 2531)

7.14.2 ประชากรมีความแปรปรวนเท่ากัน

ตัวอย่าง k กลุ่ม ที่ทำการศึกษาซึ่งสุ่มมาจากประชากรที่ต้องมีความแปรปรวนเท่ากัน หรือ $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2$ การทดสอบการเท่ากันของความแปรปรวน เป็นเงื่อนไขสำคัญอย่างหนึ่งที่ผู้วิเคราะห์ควรจะได้ดำเนินการก่อนการนำข้อมูลไปทำการวิเคราะห์ความแปรปรวนตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้ ซึ่งสามารถทำได้โดยใช้สถิติทดสอบที่นิยมใช้ ได้แก่ แบบทดสอบฮาร์ทลีย์ เอฟ (Hartley's Fmax Test) แบบทดสอบคอครัน (Cochran Test) แบบทดสอบเลเวน (Levene's Test)

7.14.2.1 แบบทดสอบฮาร์ทลีย์ เอฟ เป็นการคำนวณหาค่าอัตราส่วน F โดยให้ความแปรปรวนของตัวอย่างที่มีค่าความแปรปรวนมากกว่าเป็นตัวตั้ง และกลุ่มที่มีความแปรปรวนน้อยกว่าเป็นตัวหาร ค่า F จะมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 1 ถ้าค่า F เข้าใกล้หรือเท่ากับ 1 แสดงว่า

ตัวอย่างทั้งสองมาจากประชากรที่มีความแปรปรวนเท่ากัน แต่ถ้าค่า F ห่างจาก 1 มาก ๆ ให้นำค่า F ไปเทียบกับค่า F ในตาราง ถ้า F ที่คำนวณได้มากกว่าค่า F ในตาราง แสดงว่าตัวอย่างทั้งสองมาจากประชากรที่มีความแปรปรวนต่างกัน สถิติทดสอบตัวนี้จะใช้ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากัน คำนวณค่า F ได้โดยใช้สูตร

$$F_{\max} = \frac{\text{Largest } S^2}{\text{Smallest } S^2}$$

ตัวอย่างที่ 7.13 ตัวอย่างสองกลุ่มมีขนาดเท่ากันเป็น 20 ความแปรปรวนของแต่ละกลุ่มเป็น 2.385 และ 1.988 จงทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ว่าตัวอย่างทั้งสองมาจากประชากรที่มีความแปรปรวนเท่ากันหรือไม่

วิธีทำ

$$\begin{aligned} F_{\max} &= \frac{\text{Largest } S^2}{\text{Smallest } S^2} \\ &= \frac{2.385}{1.988} \\ &= 1.1996 \\ F_{0.05, n-1} &= F_{0.05, 19} \\ &= 2.46 \\ F_{\max} &< F_{0.05, 19} \end{aligned}$$

สรุปได้ว่า ตัวอย่างสองกลุ่มนี้มาจากประชากรที่มีความแปรปรวนเท่ากัน

7.14.2.2 แบบทดสอบคอครัน ใช้ทดสอบความแตกต่างกันของความแปรปรวนทั้งกรณีที่ตัวอย่างมีขนาดเท่ากันหรือไม่เท่ากันก็ได้ คำนวณได้โดยใช้สูตร

$$C = \frac{S_{\max}^2}{\sum S^2}$$

จากตัวอย่างที่ 7.6

$$\begin{aligned} S_{\max}^2 &= 2.385 \\ \sum S^2 &= 2.385 + 1.988 \\ &= 4.373 \end{aligned}$$

$$C = \frac{2.385}{4.373}$$

$$= 0.545$$

ค่า C จากตาราง The Cochran Test for Homogeneity of Variance ในภาคผนวกที่ค่า $\alpha = 0.05$, $N = 20$, $K = 2$, $C = 0.717$ (กรณีที่ขนาดของตัวอย่างไม่เท่ากัน ค่า N ให้หาได้จากค่าเฉลี่ยของขนาดตัวอย่างทุกกลุ่ม) ถ้าค่า C ที่คำนวณได้น้อยกว่าค่า C จากตาราง แสดงว่าตัวอย่างทั้งสองมาจากประชากรที่มีความแปรปรวนเท่ากัน

7.14.2.3 แบบทดสอบเลเวน เป็นแบบทดสอบความแตกต่างกันของความแปรปรวนหลายชุดหรือหลายประชากร โดยทำการทดสอบสมมติฐานว่าง และสมมติฐานแย้ง ดังนี้

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2 \quad ; \quad k = \text{จำนวนประชากร}, k \geq 2$$

$$H_1 : \sigma_i^2 \neq \sigma_j^2 \text{ อย่างน้อย 1 คู่} ; \quad i \neq j$$

และจะปฏิเสธสมมติฐานว่าง H_0 ถ้าค่านี้สำคัญ (ค่า sig. จากผลลัพธ์ของโปรแกรม SPSS) ของการทดสอบน้อยกว่าระดับนัยสำคัญที่กำหนด

7.14.3. ตัวอย่างแต่ละกลุ่มต้องเป็นอิสระกัน

ตัวอย่างที่นำมาวิเคราะห์ความแปรปรวนจะต้องมีความเป็นอิสระต่อกัน กล่าวคือ ตัวอย่างแต่ละกลุ่มไม่เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กัน เช่น ในการศึกษาผลผลิตเฉลี่ยต่อไร่ของข้าวโพดพันธุ์ ก พันธุ์ ข พันธุ์ ค ข้าวโพดทั้ง 3 พันธุ์ ถือว่ามีความเป็นอิสระต่อกัน หรือรายได้ของคนในแต่ละอาชีพ เช่น ครู พยาบาล นักการเมือง ทหาร ตำรวจ ถือว่าแต่ละอาชีพมีความเป็นอิสระกัน เป็นต้น

การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบ่งเป็น 2 ประเภทใหญ่ ๆ คือ การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบจำแนกทางเดียวหรือแบบมีปัจจัยเดียว และการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบหลายทางหรือแบบมีหลายปัจจัย ในที่นี้จะกล่าวถึงเฉพาะการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบจำแนกทางเดียว (one way Analysis of Variance: 1-way ANOVA) และการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบจำแนกสองทาง (two way Analysis of Variance: 2-way ANOVA) เท่านั้น

7.15 การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบจำแนกทางเดียว

การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบจำแนกทางเดียว เป็นการวิเคราะห์ที่คาดว่าจะมีเพียงปัจจัยเดียวที่ทำให้ข้อมูลมีความแตกต่างกัน หรือเป็นการวิเคราะห์ความแตกต่างกันของระดับที่

ต่างกันของปัจจัยที่คาดว่ามียธิพลต่อปัจจัยที่สนใจ โดยมีวัตถุประสงค์ที่สำคัญคือ การทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากรที่รับปัจจัยที่ต่างกัน 3 ระดับ ขึ้นไป โดยถือว่าหน่วยที่ได้รับปัจจัยระดับเดียวกันเป็นประชากรเดียวกันและหน่วยที่ได้รับปัจจัยคนละระดับกันเป็นคนละประชากรกัน (ล้วน สายยศ, 2540; กัลยา วาณิชยบัญชา, 2546) เช่น ผู้วิจัยคาดว่าปัจจัยที่ทำให้น้ำหนักหญิงมีครรภ์แตกต่างกันคือจำนวนวันต่อสัปดาห์ที่เขาก่อกำลังกายในช่วงมีครรภ์ จึงแบ่งกลุ่มหญิงมีครรภ์ เป็นกลุ่มที่ออกกำลังกาย 1-2 วัน 3-4 วัน 4-5 วัน และ 5-7 วัน นั้นแสดงว่า แบ่งมารดาออกเป็น 4 กลุ่ม หรือ 4 ประชากร แล้วนำน้ำหนักเฉลี่ยของหญิงมีครรภ์ทั้ง 4 กลุ่มเปรียบเทียบกับ ในที่นี้ตัวแปรน้ำหนักก็จะเป็นตัวแปรตามที่สนใจว่าได้รับอิทธิพลจากจำนวนวันออกกำลังกายของหญิงมีครรภ์แต่ละกลุ่มหรือไม่ สมมติฐานว่างสำหรับการทดสอบก็จะเป็น “น้ำหนักเฉลี่ยของหญิงมีครรภ์ในแต่ละกลุ่มไม่แตกต่างกัน” เขียนในรูปสัญลักษณ์เป็น $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$ และ $H_1: \mu_i \neq \mu_j$ อย่างน้อย 1 คู่; $i \neq j$ ถ้าทดสอบแล้วพบว่าน้ำหนักของหญิงมีครรภ์ที่มีจำนวนวันออกกำลังกายแตกต่างกัน มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญแล้ว สมมติฐานว่างจะถูกปฏิเสธทันที

7.16 ขั้นตอนการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบจำแนกทางเดียว

การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบจำแนกทางเดียว เป็นการทดสอบสมมติฐานที่ผู้ทดสอบสนใจปัจจัยหรือตัวแปรอิสระเพียงตัวเดียวเท่านั้น ถ้าสมมติว่ามีประชากร k กลุ่ม จะต้องมิตัวอย่างสุ่ม k ชุด ที่เป็นอิสระกัน จาก k ประชากรนั้น ถ้ากำหนด X_{ij} เป็นข้อมูลหน่วยที่ i จากประชากรกลุ่มที่ j ; $i = 1, 2, \dots, n_j$; $j = 1, 2, \dots, k$ มีขั้นตอนการทดสอบทดสอบสมมติฐาน ดังนี้

1. ตั้งสมมติฐาน $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$; k คือจำนวนกลุ่มประชากร
 $H_1: \mu_i \neq \mu_j$ อย่างน้อย 1 คู่; $i \neq j$

2. กำหนดตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบ

สถิติที่ใช้ในการทดสอบ คือ F- test

$$F = \frac{MSB}{MSW}$$

$$\text{เมื่อ } MSB = \frac{SSB}{df_B} \quad \text{แทนความแปรปรวนระหว่างกลุ่ม}$$

$$MSW = \frac{SSW}{df_W} \quad \text{แทนความแปรปรวนภายในกลุ่ม}$$

$$SST = SSB + SSW$$

$$\text{โดยที่ } SST = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k X_{ij}^2 - \frac{T^2}{N}$$

$$SSB = \sum_{j=1}^k \left(\frac{T_j^2}{n_j} \right) - \frac{T^2}{N}$$

$$SSW = SST - SSB$$

เมื่อ T แทนผลรวมคะแนนทั้งหมด

N แทนขนาดประชากร ($N = n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_j$)

T_j แทนผลรวมคะแนนในกลุ่มที่ j

n_j แทนขนาดตัวอย่างในกลุ่มที่ j

3. กำหนดระดับนัยสำคัญของการทดสอบเป็น α

4. พิจารณาขอบเขตวิกฤต เป็นการพิจารณาบริเวณที่จะปฏิเสธหรือยอมรับสมมติฐาน โดยจะปฏิเสธสมมติฐานว่าง ถ้า F ที่คำนวณได้มากกว่าหรือเท่ากับ $F_{\alpha, k-1, N-k}$ ที่เปิดจากตารางสถิติเอฟ หรือในกรณีที่ประมวลผลโดยใช้โปรแกรม SPSS จะพิจารณาจากค่านัยสำคัญ (sig.) ที่ได้จากการประมวลผล การเปรียบเทียบจะแสดงถึงความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญที่กำหนด หมายความว่าค่าเฉลี่ยของประชากรมีความแตกต่างกันอย่างน้อย 1 คู่

5. สรุปผลการทดสอบในตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน

ตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน

แหล่งความแปรปรวน	df	SS	MS	F
ระหว่างกลุ่ม (B)	k-1	SSB	MSB	$\frac{MSB}{MSW}$
ภายในกลุ่ม (W)	N-k	SSW	MSW	
รวม	N-1	SST		

ตัวอย่างที่ 7.14 จากข้อมูลน้ำหนักของหญิงมีครรภ์ที่มีจำนวนวันออกกำลังกายแตกต่างกันตามตารางต่อไปนี้จะทดสอบว่าน้ำหนักของหญิงมีครรภ์ 4 กลุ่ม มีความแตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

กลุ่มที่ 1	กลุ่มที่ 2	กลุ่มที่ 3	กลุ่มที่ 4
48	58	69	65
50	65	48	60
65	66	56	54
66	59	62	52
63	56	60	55
58	63	58	65

วิธีทำ 1. ตั้งสมมติฐาน

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$$

$$H_1 : \mu_i \neq \mu_j \text{ อย่างน้อย 1 คู่ ; } i \neq j$$

2. กำหนดตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบ

สถิติที่ใช้ในการทดสอบ คือ ตัวสถิติ F

$$\text{โดยที่ } F = \frac{MSB}{MSW} \text{ และแสดงการคำนวณค่าต่าง ๆ ดังนี้}$$

กลุ่มที่ 1	กลุ่มที่ 2	กลุ่มที่ 3	กลุ่มที่ 4	รวม
48	58	69	65	240
50	65	48	60	223
65	66	56	54	241
66	59	62	52	239
63	56	60	55	234
58	63	58	65	244

$n_1 = 6$	$n_2 = 6$	$n_3 = 6$	$n_4 = 6$	$N = 24$
$T_1 = 350$	$T_2 = 367$	$T_3 = 353$	$T_4 = 351$	$T = 1,421$
$\bar{X}_1 = 58.3$	$\bar{X}_2 = 61.2$	$\bar{X}_3 = 58.8$	$\bar{X}_4 = 58.5$	

$$\begin{aligned}
\text{ຈາກ } SST &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k X_{ij}^2 - \frac{T^2}{N} \\
SST &= 48^2 + 50^2 + 65^2 + 66^2 + 63^2 + 58^2 + 58^2 + 65^2 \\
&\quad + 66^2 + 59^2 + 56^2 + 63^2 + 69^2 + 48^2 + 56^2 + 62^2 \\
&\quad + 60^2 + 58^2 + 65^2 + 60^2 + 54^2 + 52^2 + 55^2 + 65^2 - \frac{1421^2}{24} \\
SST &= 84953 - \frac{1421^2}{24} \\
&= 84953 - \frac{2019241}{24} \\
&= 84953 - 84035.40 \\
&= 919.60 \\
SSB &= \sum_{j=1}^k \left(\frac{T_j^2}{n_j} \right) - \frac{T^2}{N} \\
&= \frac{350^2}{6} + \frac{367^2}{6} + \frac{353^2}{6} + \frac{351^2}{6} - \frac{1421^2}{24} \\
&= \frac{122500}{6} + \frac{134689}{6} + \frac{124609}{6} + \frac{123201}{6} - \frac{2019241}{24} \\
&= \frac{504999}{6} - \frac{2019241}{24} \\
&= 31.46 \\
df_B &= k - 1 = 4 - 1 = 3 \\
MSB &= \frac{31.46}{3} \\
&= 10.49 \\
SSW &= SST - SSB \\
&= 919.60 - 31.46 \\
&= 888.14 \\
df_w &= 24 - 4 = 20 \\
MSW &= \frac{888.14}{20} \\
&= 42.29
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F &= \frac{MSB}{MSW} \\
 &= \frac{10.49}{42.29} \\
 &= 0.248
 \end{aligned}$$

3. สรุปผลการทดสอบเป็นตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน ดังนี้

ตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน

แหล่งความแปรปรวน	df	SS	MS	F
ระหว่างกลุ่ม (B)	3	31.46	10.49	$\frac{10.49}{42.29}$
ภายในกลุ่ม(W)	20	888.14	42.29	= 0.248
รวม	23	919.60		

4. กำหนดระดับนัยสำคัญของการทดสอบเป็น $\alpha = 0.05$

5. พิจารณาขอบเขตวิกฤต

$$F = 0.248 < F_{0.05, 3, 23} = 3.030$$

ดังนั้น ไม่ปฏิเสธสมมติฐานว่าง H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

นั่นคือ น้ำหนักของหญิงมีครรภ์ที่มีจำนวนวันออกกำลังกายที่แตกต่างกันนั้นไม่แตกต่างกัน

(เพิ่มการตรวจสอบข้อตกลง)

7.17 การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบจำแนกสองทาง

การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบจำแนกสองทาง เป็นการวิเคราะห์ข้อมูลที่สนใจศึกษาตัวแปรอิสระ 2 ตัว แต่ละตัวอาจจะมีหลายระดับก็ได้ เช่น การที่รายได้ของคนแตกต่างกันอาจมีอิทธิพลมาจาก 2 ปัจจัยคือ อาชีพ และระดับการศึกษา การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบจำแนกสองทางนี้ ผู้วิเคราะห์สามารถวิเคราะห์ตัวแปรแต่ละตัวได้ และยังสามารถทดสอบผลที่เกิดร่วมกันระหว่างตัวแปรทั้งสองหรือที่เรียกว่า ปฏิสัมพันธ์ (interaction) ได้อีกด้วย ในการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบจำแนกสองทาง ความแปรปรวนของข้อมูลทั้งหมดจะถูกแบ่งออกเป็น 3 ส่วน ดังนี้ (กัลยา วานิชย์บัญชา, 2541)

1. ความแปรปรวนเนื่องจากปัจจัยที่ 1 ที่แตกต่างกัน เช่น อาชีพ (อาจารย์ ทหาร พยาบาล นักรูรกีจ แม่บ้าน)

2. ความแปรปรวนเนื่องจากปัจจัยที่ 2 ที่แตกต่างกัน เช่น ระดับการศึกษา (ปริญญาตรี ปริญญาโท ปริญญาเอก)

3. ความแปรปรวนเนื่องจากอิทธิพลร่วมของอาชีพและระดับการศึกษา เช่น อิทธิพลร่วมระหว่างอาชีพพยาบาลกับการศึกษา 3 ระดับ (อาชีพพยาบาลกับระดับการศึกษาปริญญาตรี อาชีพพยาบาลกับระดับการศึกษาปริญญาโท และอาชีพพยาบาลกับระดับการศึกษาปริญญาเอก)

7.18 ขั้นตอนการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบจำแนกสองทาง

การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบจำแนกสองทาง มีขั้นตอนการวิเคราะห์โดยดำเนินการตั้งสมมติฐานเพื่อทดสอบอิทธิพล a ระดับของปัจจัย A b ระดับของปัจจัย B และ ab ระดับของอิทธิพลร่วมของ AB โดยกำหนดสมมติฐานเพื่อการทดสอบและสถิติสำหรับการทดสอบของแต่ละปัจจัยดังนี้

1. สำหรับปัจจัย A

H_0 : ไม่มีความแตกต่างระหว่างระดับต่าง ๆ ของปัจจัย A

H_1 : มีอย่างน้อย 1 ระดับของปัจจัย A ที่มีความแตกต่างกับระดับอื่น ๆ

ตัวอย่างเช่น

H_0 : อาชีพที่แตกต่างกันไม่ทำให้รายได้แตกต่างกัน

H_1 : อาชีพที่แตกต่างกันทำให้รายได้แตกต่างกัน

$$\text{สถิติสำหรับการทดสอบ } F = \frac{MSA}{MSW}$$

การปฏิเสธสมมติฐาน จะปฏิเสธสมมติฐานว่า H_0 ถ้า $F > F_{\alpha, a-1, ab(n-1)}$ หรือค่า sig. จากผลการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปน้อยกว่าระดับนัยสำคัญ α

2. สำหรับปัจจัย B

H_0 : ไม่มีความแตกต่างระหว่างระดับต่าง ๆ ของปัจจัย B

H_1 : มีอย่างน้อย 1 ระดับของปัจจัย B ที่มีความแตกต่างกับระดับอื่น ๆ

ตัวอย่างเช่น

H_0 : ระดับการศึกษาที่แตกต่างกันไม่ทำให้รายได้แตกต่างกัน

H_1 : ระดับการศึกษาที่แตกต่างกันทำให้รายได้แตกต่างกัน

$$\text{สถิติสำหรับการทดสอบ } F = \frac{MSB}{MSW}$$

การปฏิเสธสมมติฐาน จะปฏิเสธสมมติฐานว่า H_0 ถ้า $F > F_{\alpha, b-1, ab(n-1)}$ หรือค่า sig. จากผลการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปน้อยกว่าระดับนัยสำคัญ α

3. สำหรับอิทธิพลร่วมของปัจจัย AB

H_0 : ไม่มีความแตกต่างระหว่างระดับรวมของปัจจัย A และ B

H_1 : มีอย่างน้อย 1 ระดับรวมของปัจจัย A และ B ที่มีความแตกต่างกับระดับอื่น

ตัวอย่างเช่น

H_0 : อาชีพและระดับการศึกษาที่แตกต่างกันไม่ทำให้รายได้แตกต่างกัน

H_1 : อาชีพและระดับการศึกษาที่แตกต่างกันทำให้รายได้แตกต่างกัน

$$\text{สถิติสำหรับการทดสอบ } F = \frac{MSAB}{MSW}$$

การปฏิเสธสมมติฐาน จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง H_0 ถ้า $F > F_{\alpha, (a-1)(b-1), ab(n-1)}$ หรือ ค่า sig. จากผลการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปน้อยกว่าระดับนัยสำคัญ α

4. คำนวณค่าต่าง ๆ ในตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน ดังนี้

ตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน

แหล่งความแปรปรวน	df	SS	MS	F
ระหว่างปัจจัย A	a-1	SSA	MSA	$\frac{MSA}{MSW}$
ระหว่างปัจจัย B	b-1	SSB	MSB	$\frac{MSB}{MSW}$
ปฏิสัมพันธ์ระหว่างปัจจัย AB	(a-1)(b-1)	SSAB	MSAB	$\frac{MSAB}{MSW}$
ภายในกลุ่ม W	ab(n-1)	SSW	MSW	
รวม	abn-1	SST		

ตัวอย่างที่ 7.15 สมมติในการปลูกทุเรียน 2 พันธุ์ D1 และ D2 แยกปลูกโดยให้ปุ๋ย 2 ชนิด R1 และ R2 ในแปลงปลูก 12 แปลง ได้ผลผลิตดังนี้

ชนิดของปุ๋ย R	พันธุ์ทุเรียน D	
	D1	D2
R1	150	180
	122	212
	135	178
R2	125	180
	235	254
	213	123

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จงทดสอบสมมติฐานต่อไปนี้

1. พันธุ์ทุเรียนที่แตกต่างกัน ไม่ทำให้ได้ผลผลิตแตกต่างกัน
2. ชนิดของปุ๋ยที่แตกต่างกัน ไม่ทำให้ได้ผลผลิตแตกต่างกัน
3. พันธุ์ทุเรียนกับชนิดของปุ๋ยไม่มีปฏิสัมพันธ์กัน

วิธีทำ

ชนิดของปุ๋ย (R)	พันธุ์ทุเรียน (D)		n_j	รวม (T_j)	ค่าเฉลี่ย ($\bar{X}_j$)
	D1	D2			
R1	150	180			
	122	212			
	135	178			
รวม	407	570	6	977	162.83
R2	125	180			
	235	254			
	213	123			
รวม	573	557	6	1130	188.33
n_i	6	6	N=12		
รวม (T_i)	980	1127		T=2107	
เฉลี่ย ($\bar{X}_i$)	163.33	187.83			$\bar{X} = 175.58$

การทดสอบสมมติฐานดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

1. ตั้งสมมติฐาน

1.1 การเปรียบเทียบสายพันธุ์ทุเรียน D

H_0 : สายพันธุ์ทุเรียนที่แตกต่างกัน ไม่ทำให้ได้ผลผลิตแตกต่างกัน

H_1 : สายพันธุ์ทุเรียนที่แตกต่างกัน ทำให้ได้ผลผลิตแตกต่างกัน

1.2 การเปรียบเทียบชนิดของปุ๋ย R

H_0 : ชนิดของปุ๋ยที่แตกต่างกัน ไม่ทำให้ได้ผลผลิตแตกต่างกัน

H_1 : ชนิดของปุ๋ยที่แตกต่างกัน ทำให้ได้ผลผลิตแตกต่างกัน

1.3 ทดสอบปฏิสัมพันธ์ระหว่างพันธุ์ทุเรียน D กับชนิดของปุ๋ย R

H_0 : สายพันธุ์ทุเรียนกับชนิดของปุ๋ยไม่มีปฏิสัมพันธ์กัน

H_1 : สายพันธุ์ทุเรียนกับชนิดของปุ๋ยมีปฏิสัมพันธ์กัน

2. หาผลรวมความแปรปรวนกำลังสองของผลรวม (SST)

$$\begin{aligned}
SST &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n x_{ijk}^2 - \frac{T^2}{abn} \\
&= \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^3 x_{ijk}^2 - \frac{2107^2}{(2)(2)(3)} \\
&= 150^2 + 122^2 + 135^2 + 125^2 + 235^2 + 213^2 + \\
&\quad 180^2 + 212^2 + 178^2 + 180^2 + 254^2 + 123^2 - \frac{2107^2}{12} \\
&= 392901 - 369954.08 \\
&= 22946.92
\end{aligned}$$

3. หาผลรวมความแปรปรวนกำลังสองของพันธุ์ทุเรียน (SSD)

$$\begin{aligned}
SSD &= \sum_{j=1}^2 T_j^2 - \frac{T^2}{abn} \\
&= \frac{980^2}{6} + \frac{1127^2}{6} - \frac{2107^2}{12} \\
&= 371754.83 - 369954.08 \\
&= 1800.75 \\
df_D &= a-1 \\
&= 2-1 = 1 \\
MSD &= \frac{SSD}{df_D} \\
&= \frac{1800.75}{1} = 1800.75
\end{aligned}$$

4. หาผลรวมความแปรปรวนกำลังสองของชนิดของปุ๋ย (SSR)

$$\begin{aligned}
SSR &= \sum_{i=1}^2 T_i^2 - \frac{T^2}{abn} \\
&= \frac{977^2}{6} + \frac{1130^2}{6} - \frac{2107^2}{6} \\
&= 371904.83 - 369954.08 \\
&= 1950.75 \\
df_D &= b-1 = 2-1 = 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{MSR} &= \frac{\text{SSR}}{\text{df}_R} \\
 &= \frac{1950.75}{1} = 1950.75
 \end{aligned}$$

5. หาผลรวมความแปรปรวนกำลังสองปฏิสัมพันธ์ระหว่างสายพันธุ์ทุเรียนกับชนิดของปุ๋ย (SSDR)

$$\begin{aligned}
 \text{SSDR} &= \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{T_{ij}^2}{n_{ij}} - \text{SSD} - \text{SSR} - \frac{T^2}{abn} \\
 &= \frac{407^2}{3} + \frac{570^2}{3} + \frac{573^2}{3} + \frac{557^2}{3} - 1800.75 - 1950.75 - \frac{2107^2}{12} \\
 &= 376375.66 - 1800.75 - 1950.75 - 369954.08 \\
 &= 2670.09 \\
 \text{df}_{DR} &= (a-1)(b-1) \\
 &= (2-1)(2-1) = 1 \\
 \text{MSDR} &= \frac{\text{SSDR}}{\text{df}_{DR}} \\
 &= \frac{2670.09}{1} = 2670.09
 \end{aligned}$$

6. หาผลรวมความแปรปรวนกำลังสองภายในกลุ่มย่อย (SSW)

$$\begin{aligned}
 \text{SSW} &= \text{SST} - \text{SSD} - \text{SSR} - \text{SSDR} \\
 &= 22946.92 - 1800.75 - 1950.75 - 2670.09 \\
 &= 16525.33 \\
 \text{df}_W &= ab(n-1) \\
 &= (2)(2)(3-1) = 8 \\
 \text{MSW} &= \frac{\text{SSW}}{\text{df}_W} \\
 &= \frac{16525.33}{8} \\
 &= 2065.66
 \end{aligned}$$

7. หาค่า F

$$F_D = \frac{MSD}{MSW} = \frac{1800.75}{2065.66} = 0.8717$$

$$F_R = \frac{MSR}{MSW} = \frac{1950.75}{2065.66} = 0.9443$$

$$F_{DR} = \frac{MSDR}{MSW} = \frac{2670.09}{2065.66} = 1.2926$$

8. พิจารณาขอบเขตวิกฤต F

8.1 $F_D = 0.8717 < F_{0.05,1,8} = 5.32$ ไม่ปฏิเสธสมมติฐานว่าง H_0
 นั่นคือ สายพันธุ์ที่เรียนที่แตกต่างกันไม่ทำให้ได้ผลผลิตทุเรียนแตกต่างกัน

8.2 $F_R = 0.9443 < F_{0.05,1,8} = 5.32$ ไม่ปฏิเสธสมมติฐานว่าง H_0
 นั่นคือ ชนิดของปุ๋ยที่แตกต่างกัน ไม่ทำให้ได้ผลผลิตทุเรียนแตกต่างกัน

8.3 $F_{DR} = 1.2926 < F_{0.05,1,8} = 5.32$ ไม่ปฏิเสธสมมติฐานว่าง H_0
 นั่นคือ สายพันธุ์ที่เรียนกับชนิดของปุ๋ยไม่มีปฏิสัมพันธ์กัน หรือปฏิสัมพันธ์ของ

สายพันธุ์ที่เรียนกับชนิดของปุ๋ย ไม่ทำให้ได้ผลผลิตทุเรียนที่แตกต่างกัน

(ตรวจสอบข้อตกลง)

บทสรุป

การทดสอบสมมติฐานทางสถิติเป็นการตรวจสอบลักษณะของประชากรเพื่อหาข้อสรุปให้กับสิ่ง
 ที่ผู้วิเคราะห์คาดเดาไว้โดยอาศัยข้อมูลจากตัวอย่าง ในขั้นแรกผู้วิจัยจะต้องกำหนดสมมติฐาน กำหนด
 ตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบ กำหนดระดับนัยสำคัญของการทดสอบอย่างเหมาะสม จึงจะสามารถ
 สรุปผลการทดสอบซึ่งจะนำไปสู่การตอบคำถามหรือข้อสงสัยที่คาดเดาไว้ในตอนต้น การทดสอบ
 สมมติฐานทางสถิติ เริ่มตั้งแต่การทดสอบความแตกต่างของปัจจัยที่สนใจกับค่าคงที่ การทดสอบ
 ความแตกต่างของปัจจัยสองปัจจัย รวมไปถึงการทดสอบความแตกต่างของปัจจัยมากกว่าสองปัจจัย
 ที่เรียกว่าการวิเคราะห์ความแปรปรวน เพื่อให้ทราบสาเหตุที่ทำให้ปัจจัยที่สนใจมีความแตกต่างกัน
 มีพฤติกรรมที่แตกต่างกันหรือมีความพึงพอใจที่แตกต่างกัน อันจะนำไปสู่ผลสรุปและนำไปใช้
 ประโยชน์ต่อไป

แบบฝึกหัด

1. จงให้ความหมายของคำว่า สมมติฐาน ตามความเข้าใจ
2. จงอธิบายเกี่ยวกับเขตวิกฤต
3. อาจารย์ที่สอนวิชาสถิติวิเคราะห์ ต้องการทราบว่ามีคะแนนสอบเกิน 20 คะแนนหรือไม่ จึงทำการเก็บรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับคะแนนสอบของนักศึกษารายวิชาดังกล่าว จำนวน 50 คน มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 22 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.2 คะแนน จงทดสอบสิ่งที่อาจารย์ท่านนี้อยากทราบ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05
4. ผู้จัดการโรงงานผลิตท่อประปาแห่งหนึ่งโฆษณาว่า ท่อประปาจากโรงงานนี้จะมีอายุการใช้งานไม่น้อยกว่า 10 ปี ลูกค้านายหนึ่งสนใจในโฆษณาดังกล่าว จึงสุ่มท่อประปาจากโรงงานนี้มา 25 ท่อ แล้วทำการคำนวณอายุการใช้งานเฉลี่ยพบว่า มีอายุการใช้งานเฉลี่ย 9.8 ปี และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.7 ปี อยากทราบว่าสิ่งที่ผู้จัดการโรงงานผลิตท่อประปาโฆษณาเชื่อถือได้หรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05
5. พรรคการเมืองพรรคหนึ่งเชื่อว่า **สัดส่วน**ของคนในอำเภอท่าศาลา จังหวัดนครศรีธรรมราชที่จะเลือกสมาชิกพรรคการเมืองดังกล่าวเกิน 70% จึงสุ่มคนในอำเภอท่าศาลามาจำนวน 400 คน พบว่ามีคนที่เลือกสมาชิกจากพรรคการเมืองดังกล่าวจำนวน 250 คน อยากทราบว่าสิ่งที่พรรคการเมืองดังกล่าวเชื่อ เป็นจริงหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05
6. นักศึกษา ก. ได้ทำวิจัยเกี่ยวกับจำนวนผู้ป่วยไข้เลือดออกในจังหวัดนครศรีธรรมราช และคาดว่าจะมีคนในจังหวัดนครศรีธรรมราชที่ป่วยไข้เลือดออกต่ำกว่า 25% จึงได้สุ่มคนในจังหวัดนครศรีธรรมราชมาจำนวน 200 คน พบว่าเป็นผู้ป่วยไข้เลือดออกจำนวน 15 คน อยากทราบว่าสิ่งที่นักศึกษา ก. คาดไว้เป็นจริงหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01
7. อาจารย์สอนสถิติท่านหนึ่ง อยากทราบว่าคะแนนวิชาชีวสถิติของนักศึกษา 2 กลุ่มแตกต่างกันหรือไม่ จึงทำการเก็บรวบรวมเกี่ยวกับคะแนนสอบของนักศึกษามาทั้ง 2 กลุ่ม กลุ่มละ 35 คน พบว่า กลุ่มที่ 1 มีคะแนนเฉลี่ย 25 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 2.5 และกลุ่มที่ 2 มีคะแนนเฉลี่ย 28 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 3.2 จงสรุปว่าคะแนนสอบวิชาชีวสถิติของนักศึกษาสองกลุ่มนี้แตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05
8. นักวิจัยท่านหนึ่งเชื่อว่า **สัดส่วน**ของผู้ที่มีบ้านเป็นของตนเองในเขตเมืองน้อยกว่าเขตชนบท จึงได้ทำการสุ่มคนในเขตเมืองและชนบทมาเขตละ 250 คน พบว่าคนในเขตเมืองที่มีบ้านเป็นของตนเอง 100 คน และคนในเขตชนบทที่มีบ้านเป็นของตนเองจำนวน 180 คน จงทดสอบว่าสิ่งที่นักวิจัยท่านนี้เชื่อเป็นจริงหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05
9. ในการสำรวจจำนวนลูกน้ำยุงลายในแต่ละตำบลในจังหวัดนครศรีธรรมราช โดยเก็บข้อมูลมา 5 ตำบล พบว่ามีจำนวนลูกน้ำยุงลายดังนี้

ตำบล1	ตำบล2	ตำบล3	ตำบล4	ตำบล5
12	8	10	7	15
18	10	12	8	10
19	9	13	9	11
16	7	13	10	10
20	10	11	9	12

จงทดสอบว่าจำนวนลูกน้ำยุงลายใน 5 ตำบลนี้ แตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

10. เลือกร้านขายสินค้าชนิดหนึ่งในทุกภาคของประเทศจากจังหวัดเชียงราย สงขลา ขอนแก่น เพชรบุรี และกาญจนบุรี

เอกสารอ้างอิง

(ศิริชัย พงษ์วิชัย, 2547)

(ล้วน สายยศ, 2540, หน้า 211)

(สมจิต วัฒนาชยากุล, 2546; Walpole, 1970)

(ศุภชัย นาทะพันธ์, 2547; Dudewicz, 1988)

กัลยา วานิชย์บัญชา, 2548

สรชัย พิศาลบุตร 2559

มนตรี สังข์ทอง 2557

ลดาวัลย์ รามางกูร 2552